Cellule de Géométrie

Mathématiques élémentaires

Le problème des frites light

Cellule de Géométrie – Catégorie pédagogique de la HEH

DEMAL Michel
demal.michel@skynet.be

DRAMAIX Jérémy
jeremy.dramaix@gmail.com

HIGNY Samuel
higny_samuel@hotmail.com

LAFOT Cindy
lafot.cindy@hotmail.com

MALAGUARNERA Angelo
angelo.malaguarnera@gmail.com

Le problème des frites *light*

1. Introduction

Les frites sont assurément une spécialité culinaire belge. Elles peuvent donner lieu à des réflexions mathématiques.

En fonction de la surface des alvéoles de la grille qui permet de les découper, les frites se classent en 3 types: allumettes - moyennes - grosses.

Traditionnellement, les alvéoles des grilles pour découper les frites sont formées de carrés isométriques dont les longueurs des côtés mesurent respectivement 6 mm, 8 mm et 10 mm. C'est-à-dire 36 mm^2, 64 mm^2 et 100 mm^2 de surface.

Afin de rendre les frites les plus light possible, on peut se poser la question suivante: pour un même volume de pomme de terre, les grilles carrées minimisent-elles la quantité de graisse sur les frites? Autrement dit, ne faudrait-il pas créer des grilles dont les alvéoles sont autres que des carrés pour alléger ces frites?

Pour pouvoir comparer ce qui est comparable, c'est-à-dire la quantité de graisse sur des frites de formes différentes, il faut qu'elles aient le même volume. Ceci revient à demander à ce que les différentes formes d'alvéoles aient la même surface puisque, si une **même pomme de terre** passe dans deux grilles de formes différentes, les deux sortes de frites auront bien évidement la même hauteur. Dès lors, pour qu'elles aient le même volume, il est nécessaire que les deux types d'alvéoles soient de même surface.

Il en résulte que, pour une surface d'alvéole donnée et afin que la frite soit la plus légère possible, il faut choisir une forme d'alvéole qui, pour une surface donnée (un type de frites), minimise la surface totale de la frite. En effet, il semble logique de supposer que la quantité de graisse (d'huile) sur une frite est proportionnelle à la surface en contact avec la graisse (l'huile).

Pour des raisons techniques et par facilité, les grilles à frites sont fabriquées à partir d'alvéoles toutes identiques (isométriques). Il faut donc choisir les formes d'alvéoles parmi les polygones qui peuvent paver le plan (la grille) avec des formes d'alvéoles toutes isométriques.

On peut aussi montrer que:

- parmi les n-gones ("n" fixé) ayant la même surface (n-gones isosuperficiels), le n-gone **régulier** convexe est celui qui possède le plus petit périmètre;
- parmi les n-gones **réguliers** convexes ("n" non fixé) ayant la même surface, celui qui possède le plus grand nombre de côtés est celui qui possède le plus petit périmètre, avec à la limite comme plus petit périmètre le disque (qui n'est pas un polygone régulier).

Le problème se ramène donc à choisir la forme des alvéoles isométriques d'une grille parmi les polygones **réguliers** convexes qui pavent le plan (la grille) afin de rendre la surface totale de la frite la plus petite possible.

Nous savons, que seuls les triangles équilatéraux, les carrés et les hexagones réguliers peuvent paver le plan. Il s'agit des trois fameux pavages réguliers du plan. Il s'ensuit qu'il faudra choisir parmi les frites dont les bases sont des triangles équilatéraux, des carrés ou des hexagones réguliers pour obtenir les frites les plus légères.

Montrons que parmi les différentes sortes de frites de surface de base "S" et de hauteur "h" données, ce sont les frites à bases hexagonales régulières qui minimisent la surface totale des frites.

Comme les frites à comparer ont toutes la même hauteur et la même surface de base, pour calculer la surface totale des différentes sortes de frites, il suffit de déterminer le périmètre d'un carré, d'un triangle équilatéral et d'un hexagone régulier sachant que ceux-ci possèdent la même aire.

Les frites ayant la forme d'un prisme droit, la surface totale sera donnée par:

Surface totale = 2 x la surface de base + la surface latérale

2. Recherche des surfaces totales des frites de forme hexagonale, carrée et triangulaire dont la hauteur "h" et la surface de base "S" sont données

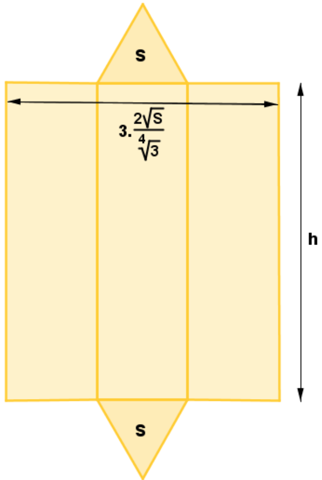
Comme la surface latérale des frites est fonction du périmètre de la base, il est nécessaire de déterminer au préalable le périmètre d'un carré, d'un triangle équilatéral et d'un hexagone régulier tous d'aire "S".

On peut montrer (voir annexe) grâce au théorème de Pythagore que:

- le périmètre du triangle équilatéral vaut: $3 \cdot 2 \cdot \dfrac{2 \cdot \sqrt{S}}{\sqrt[4]{3}} = 2 \cdot \sqrt{S} \cdot \sqrt[4]{27} \approx 2 \cdot \sqrt{S} \cdot 2{,}2795$
- le périmètre du carré vaut: $4 \cdot \sqrt{S} = 2 \cdot \sqrt{S} \cdot 2$
- le périmètre de l'hexagone régulier vaut: $6 \cdot \dfrac{2 \cdot \sqrt{S}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt[4]{3}} = 2 \cdot \sqrt{S} \cdot \sqrt[4]{12} \approx 2 \cdot \sqrt{S} \cdot 1{,}8612$

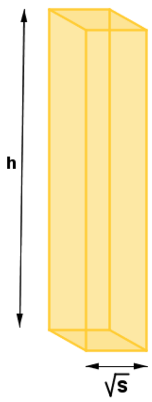
Il s'ensuit que:

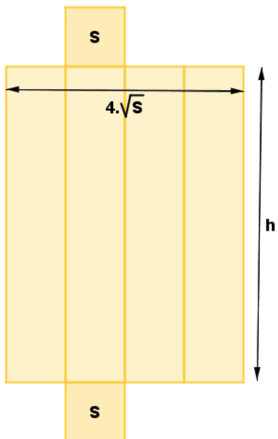
- la surface totale d'une frite à base triangulaire d'aire "S" et de hauteur "h" données vaut:



$$\Rightarrow \quad S_{(\text{frite à base triangulaire})} = 2 \cdot S + 3 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{S}}{\sqrt[4]{3}} \cdot h$$

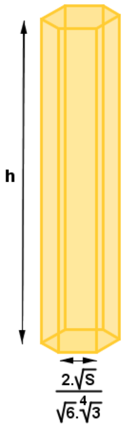
- la surface totale d'une frite à base carrée d'aire "S" et de hauteur "h" données vaut:

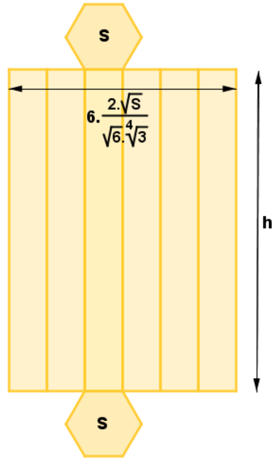




$$\Rightarrow \quad S_{(\text{frite à base carrée})} = 2 \cdot S + 4 \cdot \sqrt{S} \cdot h$$

- la surface totale d'une frite à base hexagonale d'aire "S" et de hauteur "h" données vaut:

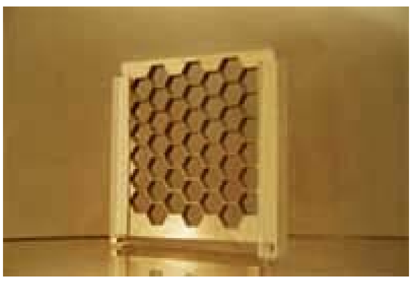




$$\Rightarrow \quad S_{(\text{frite à base hexagonale})} = 2\cdot S + 6\cdot\frac{2\cdot\sqrt{S}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt[4]{3}}\cdot h$$

La plus petite surface, pour une surface de base "S" et une hauteur "h" données, est rencontrée dans le cas des frites à bases hexagonales régulières. En effet, les trois expressions ci-dessus font apparaître à chaque fois les termes "$2\cdot S$" et "$\sqrt{S}\cdot h$" multiplié par un coefficient. La plus petite surface sera donc celle dont le coefficient de "$\sqrt{S}\cdot h$ " sera le plus petit puisque le terme "$2\cdot S$" apparaît de la même manière dans les trois formules.

Comme le coefficient "$\sqrt{S}\cdot h$" dans la formule des frites hexagonales ($6\cdot\frac{2}{\sqrt{6}\cdot\sqrt[4]{3}} = 3{,}722419436\ldots$) est plus petit que le coefficient dans la formule des frites carrées (4) qui lui-même est plus petit que le coefficient dans la formule des frites triangulaires ($3\cdot\frac{2}{\sqrt[4]{3}} = 4{,}559014114\ldots$), il en résulte qu'il faut réaliser des grilles à frites avec des alvéoles isométriques hexagonales pour obtenir, quel que soit le type de frites choisi, des frites les plus *light* possibles.



Remarque: idéalement, pour obtenir les frites les plus *light*, il faudrait des alvéoles circulaires isométriques mais ceci est impossible car les cercles ne pavent pas le plan (la grille).

Une dernière question subsiste: *"Quel est, en pourcentage, l'avantage des grilles avec des alvéoles hexagonales par rapport aux grilles avec des alvéoles carrées ou triangulaires?"*.

Pour répondre à cette question, il suffit de comparer, pour une hauteur "h" donnée, les surfaces des frites dont les bases sont respectivement "carrée, hexagonale et triangulaire".

3. Valeurs comparatives des surfaces totales des frites hexagonales, carrées et triangulaires en fonction du type de frites (allumettes, moyennes, grosses) et d'une hauteur "h" donnée

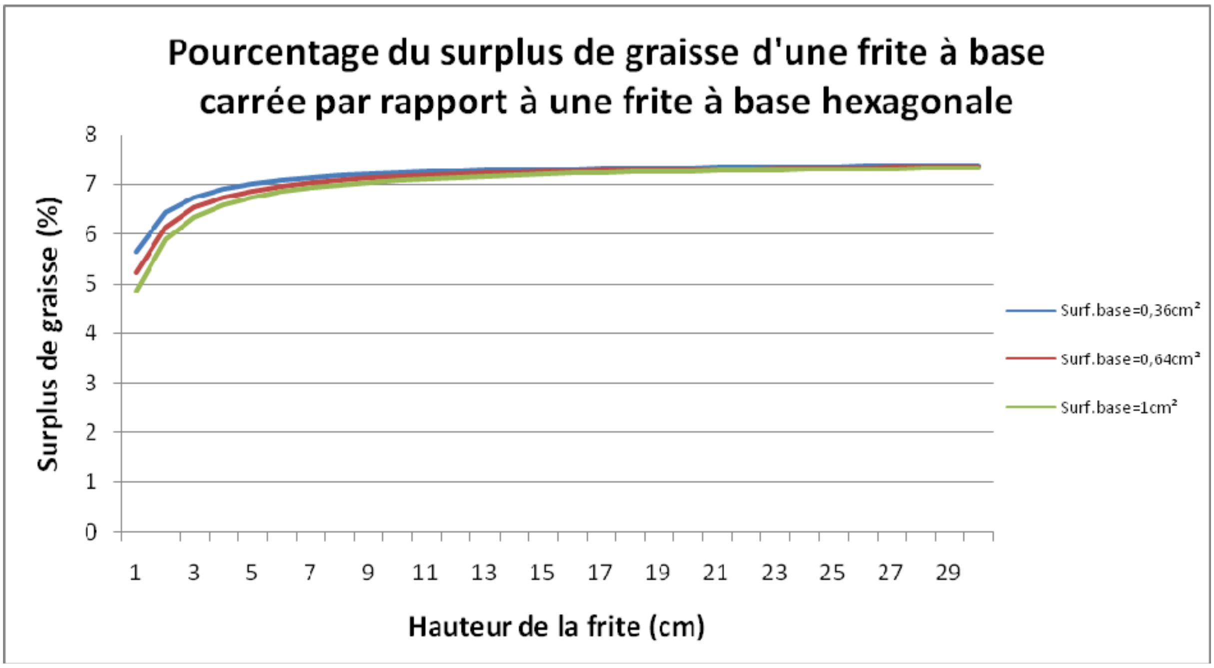
Les tableaux ci-dessous donnent les variations en absolu et en pourcentage des surfaces pour chaque type de frites d'une hauteur "h" en cm et d'une surface de base "S" en cm² données.

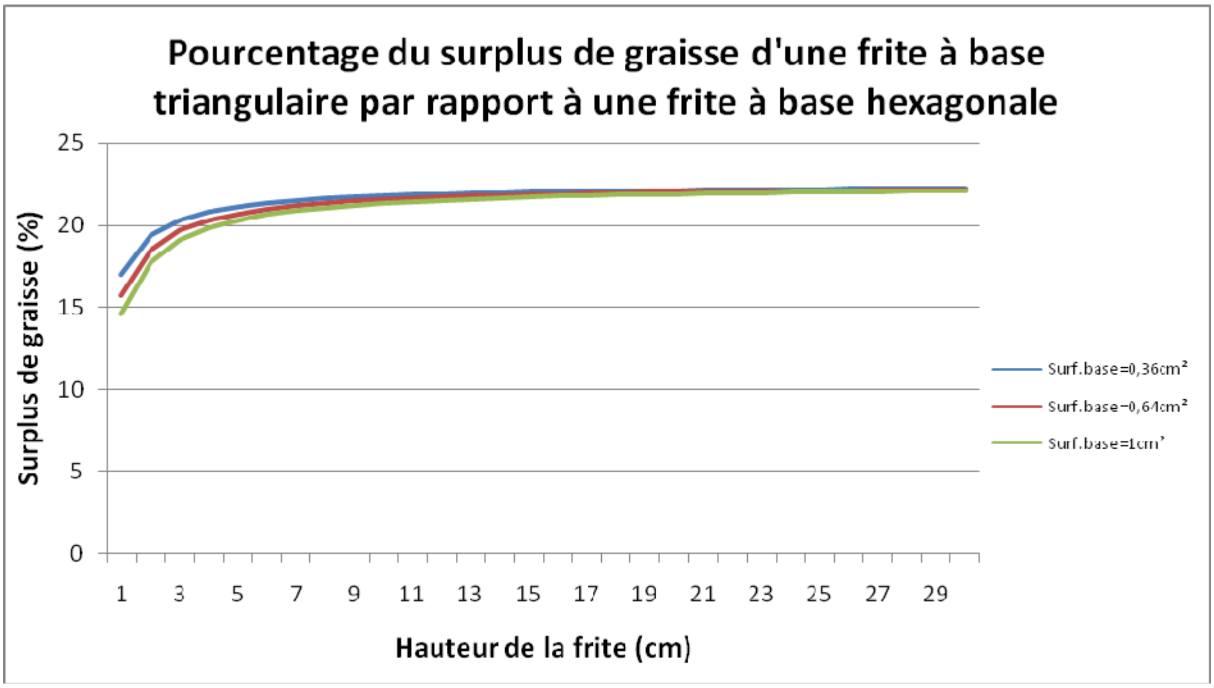
Surface de la base en cm²	**Hauteur de la frite en cm**	**Aire totale de la frite selon la base en cm²**		
		Triangulaire	**Carrée**	**Hexagonale**
0,36	5	14,397042	12,720000	11,887258
		113,184295	**100**	93,453289
		121,113229	107,005330	**100**
0,64	5	19,516056	17,280000	16,169678
		112,940142	**100**	93,574524
		120,695395	106,866694	**100**
1	5	24,795071	22,000000	20,612097
		112,704866	**100**	93,691351
		120,293779	106,733438	**100**
0,36	8	22,603268	19,920000	18,587613
		113,470220	**100**	93,311312
		121,603927	107,168143	**100**
0,64	8	30,457690	26,880000	25,103484
		113,309860	**100**	93,390939
		121,328537	107,076769	**100**
1	8	38,472113	34,000000	31,779355
		113,153273	**100**	93,468693
		121,060079	106,987695	**100**
0,36	10	28,074085	24,720000	23,054517

		113,568304	**100**	93,262608
		121,772602	107,224109	**100**
0,64	10	37,752113	33,280000	31,059355
		113,437839	**100**	93,327390
		121,548282	107,149680	**100**
1	10	47,590141	42,000000	39,224194
		113,309860	**100**	93,390939
		121,328537	107,076769	**100**
0,36	100	274,260847	240,720000	224,065166
		113,933552	**100**	93,081242
		122,402269	107,433031	**100**
0,64	100	366,001129	321,280000	299,073555
		113,919674	**100**	93,088133
		122,378299	107,425078	**100**
1	100	457,901411	402,000000	374,241944
		113,905824	**100**	93,095011
		122,354380	107,417142	**100**
0,36	1000	2736,128468	2400,720000	2234,171662
		113,971161	**100**	93,062567
		122,467244	107,454590	**100**
0,64	1000	3648,491291	3201,280000	2979,215549
		113,969765	**100**	93,063261
		122,464831	107,453789	**100**
1	1000	4561,014114	4002,000000	3724,419436
		113,968369	**100**	93,063954
		122,462418	107,452989	**100**
0,36	100000	273541,566835	240000,720000	223345,886185
		113,975311	**100**	93,060507
		122,474415	107,456969	**100,000000**
0,64	100000	364722,409113	320001,280000	297794,834913
		113,975297	**100**	93,060514
		122,474391	107,456961	**100**
1	100000	455903,411391	400002,000000	372243,943641
		113,975283	**100**	93,060521
		122,474366	107,456953	**100**

Les graphiques ci-joints représentent le pourcentage du surplus de graisse d'une frite à base triangulaire ou carrée par rapport à une frite à base hexagonale en fonction de la hauteur et selon le type de frites:

- frites allumettes de 0,36 cm² de surface de base (*en bleu*)
- frites moyennes de 0,64 cm² de surface de base (*en rouge*)
- grosses frites de 1 cm² de surface de base (*en vert*)





- ✓ Le pourcentage du surplus de graisse des frites carrées et triangulaires par rapport aux frites les plus *light* (hexagonales) peut se calculer de la manière suivante:

Si la frite la plus light, à savoir la frite hexagonale, est considérée comme référentiel, il vient que, pour une surface de base "S" et une hauteur "h" donnée:

$$S_{\text{(frite à base carrée)}} = x \, . \, S_{\text{(frite à base hexagonale)}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{S_{\text{(frite à base carrée)}}}{S_{\text{(frite à base hexagonale)}}} = \frac{\mathbf{2 \cdot S + 4 \cdot \sqrt{S} \cdot h}}{\mathbf{2 \cdot S + 2 \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt{S} \cdot h}}$$

A titre d'exemple, si S = 0,64 cm² et h = 5 cm:

$$x = \frac{2 \cdot 0{,}64 + 4 \cdot \sqrt{0{,}64} \cdot 5}{2 \cdot 0{,}64 + 2 \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt{0{,}64} \cdot 5} = 1{,}06866694$$

Dès lors, la surface de cette frite à base carrée vaut 106,866 % de la surface de la frite à base hexagonale de même surface de base et de même hauteur.

La variation est donc de 6,866 %. On peut ainsi conclure que la frite à base carrée est 6,866 % plus grasse que la frite à base hexagonale.

- ✓ L'analyse des graphiques de la page 6 suggère qu'il existe un pourcentage maximum absolu de surplus de graisse des frites à base carrée et à base triangulaire par rapport aux frites à bases hexagonales quelle que soit la surface de base considérée.

Détermination du pourcentage maximum absolu:

La fonction qui exprime le rapport entre la surface de la frite carrée et la surface de la frite hexagonale est, quelles que soient la hauteur "h" et la surface de base "S" considérées:

$$f(h) = \frac{2 \cdot S + 4 \cdot \sqrt{S} \cdot h}{2 \cdot S + 2 \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt{S} \cdot h}$$

Comme cette fonction, pour une surface "S" donnée, est strictement croissante (en la variable h), la valeur maximale qu'elle peut prendre est donnée par:

$$\lim_{h \to \infty} \frac{2 \cdot S + 4 \cdot \sqrt{S} \cdot h}{2 \cdot S + 2 \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt{S} \cdot h} = \frac{4 \cdot \sqrt{S}}{2 \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt{S}} = \frac{2}{\sqrt[4]{12}} \approx 1{,}074569932$$

Autrement dit, le plus grand pourcentage de surplus de graisse des frites carrées, quelle que soit la hauteur de celles-ci, par rapport aux frites hexagonales est de **7,4569932…%**.

Un même raisonnement montre que le plus grand pourcentage de surplus de graisse des frites triangulaires, quelle que soit la hauteur de celles-ci, par rapport aux frites hexagonales est de **22,4744871…%**.

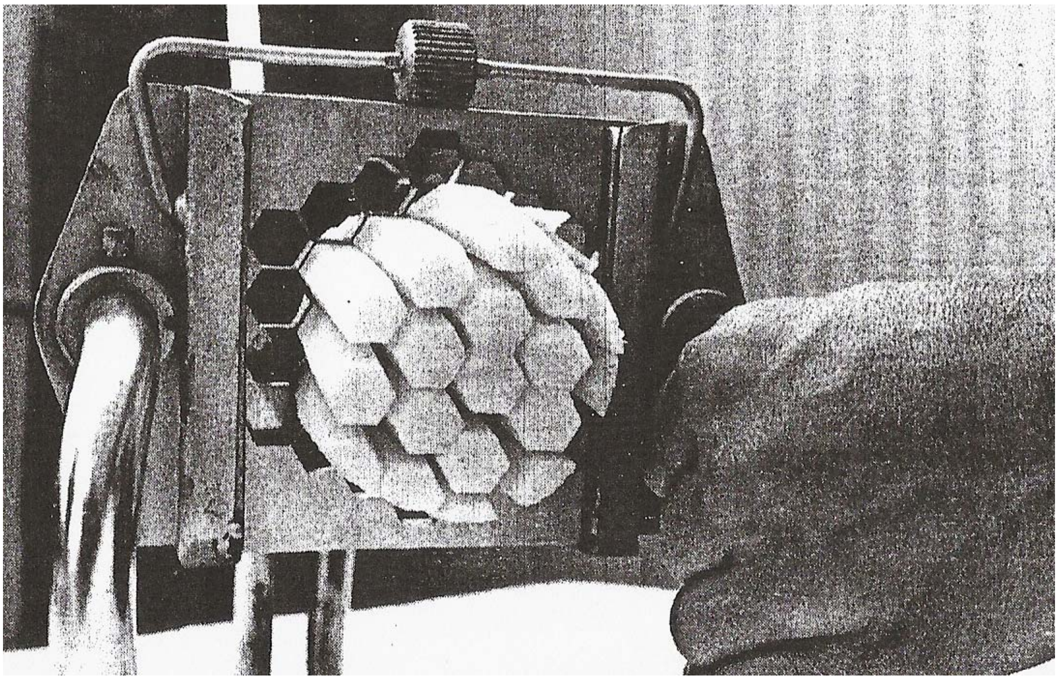
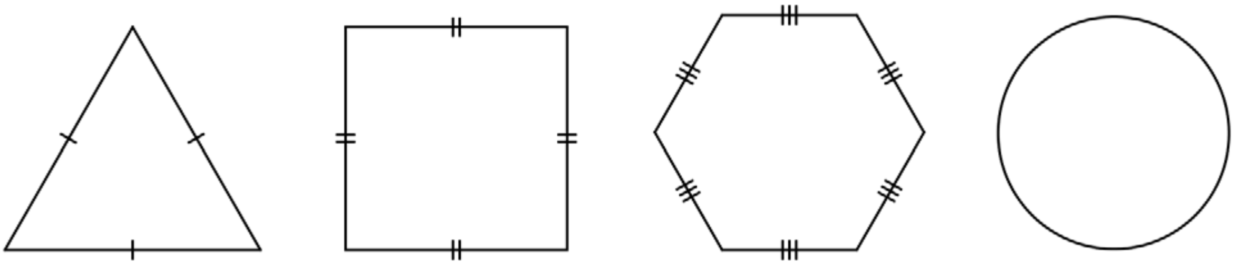


Photo issue du journal "Le Soir" du vendredi 24 octobre 1997.

Annexe – Recherche du périmètre d'un hexagone régulier, d'un carré, d'un triangle et d'un cercle de surface "S" donnée.

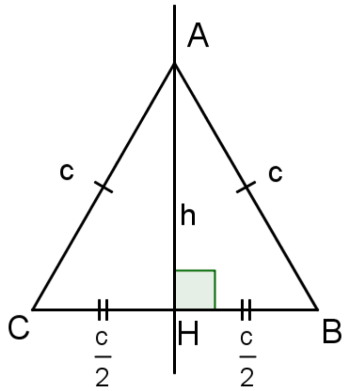
Soient un triangle équilatéral, un carré, un 6-gone régulier, un cercle tous de même aire "S".



<u>Remarque</u>: les quatre figures ci-dessus ont même aire.

Pour calculer le périmètre de ces figures, il est nécessaire, dans chacun des cas, de connaître la longueur d'un des côtés de la figure.

1. Triangle équilatéral de côté c



a) Formule de l'aire d'un triangle

$$\boxed{S_{\text{triangle}} = \frac{c \cdot h}{2}}$$

$$c = \frac{2 \cdot S}{h}$$

b) Recherche de la hauteur h du triangle ABC

Le triangle AHC est rectangle en H. Par Pythagore, $c^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$

$$\Rightarrow \quad h^2 = c^2 - \frac{c^2}{4} = \frac{4c^2 - c^2}{4} = \frac{3c^2}{4}$$

Comme h est une longueur de côté, la valeur de h sera toujours positive.

$$\Rightarrow \quad h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c$$

c) Recherche de la longueur d'un côté c du triangle ABC

$$c = \frac{2 \cdot S}{h} \;\Rightarrow\; c = \frac{2 \cdot S}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c} \;\Rightarrow\; c \cdot c = \frac{4 \cdot S}{\sqrt{3}} \;\Rightarrow\; c^2 = \frac{4 \cdot S}{\sqrt{3}} \;\Rightarrow\; c = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{S}}{\sqrt[4]{3}}$$

d) Formule du périmètre d'un triangle équilatéral

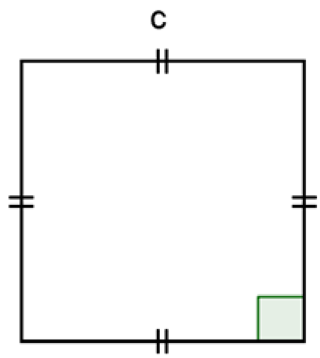
$$\boxed{P_\Delta = 3 \cdot c}$$

e) Recherche du périmètre du triangle équilatéral ABC en fonction de la longueur de son côté trouvée en c)

$$P_\Delta = 3 \cdot \frac{2\sqrt{S}}{\sqrt[4]{3}} = 3 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{S}}{\sqrt[4]{3}} \qquad \text{Or } 3 = \sqrt[4]{3^4}$$

$$\Rightarrow \quad P_\Delta = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{3^4} \cdot \sqrt{S}}{\sqrt[4]{3^4}} = 2 \cdot \sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt{S} \qquad \Rightarrow \quad \boxed{P_\Delta = 2 \cdot \sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt{S}}$$

2. Carré de côté c



a) Formule de l'aire d'un carré

$$\boxed{S_{\text{carré}} = c^2}$$

b) Recherche de la longueur d'un côté c d'un carré

$S_{\text{carré}} = c^2$

Comme c est une longueur d'un côté, la valeur de c sera toujours positive.

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{S}$$

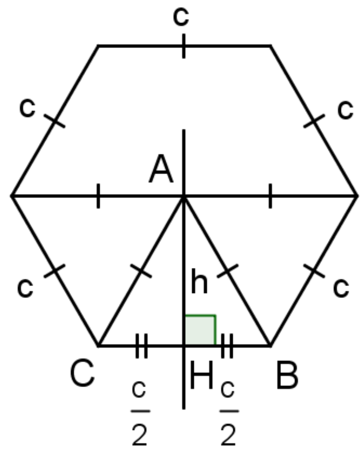
c) Formule du périmètre d'un carré

$$P_{\sqcap} = 4 \cdot c$$

d) Recherche du périmètre du carré en fonction de la longueur du côté c trouvée en b)

$$P_{\square} = 4 \cdot \sqrt{S}$$

3. Hexagone régulier de côté c



a) Formule de l'aire d'un hexagone régulier

$$S_{\text{hexagone régulier}} = 6 \cdot S_{\text{triangle équilatéral}}$$

Par facilité, nous nous intéressons à un triangle équilatéral qui compose l'hexagone régulier.

$$S_{\text{triangle équilatéral}} = \frac{S_{\text{hexagone régulier}}}{6}$$

b) Recherche d'un côté c du triangle ABC

$$S_{\text{triangle équilatéral}} = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$$

c) Recherche de la longueur h du triangle ABC

Le triangle AHC est rectangle en H. Par Pythagore, $c^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$

$$\Rightarrow \quad h^2 = c^2 - \frac{c^2}{4} = \frac{4c^2 - c^2}{4} = \frac{3c^2}{4}$$

Comme h est une longueur de côté, la valeur de h sera toujours positive.

$$\Rightarrow \quad h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c$$

Nous avons donc: $S_{\text{triangle équilatéral}} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot c^2$

d) Recherche de la longueur d'un côté c

$$S_{\text{triangle équilatéral}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot c^2 \Rightarrow S_{\text{hexagone régulier}} = 6 \cdot S_{\text{triangle équilatéral}} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot c^2 = \frac{6}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot c^2$$

$$\Rightarrow c^2 = \frac{4}{6} \cdot \frac{S_{\text{hexagone régulier}}}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot S_{\text{hexagone régulier}}}{6 \cdot \sqrt{3}}$$

Comme c est une longueur de côté, la valeur de c sera toujours positive.

$$\Rightarrow c = \sqrt{\frac{4 \cdot S_{\text{hexagone régulier}}}{6 \cdot \sqrt{3}}} = \frac{2 \cdot \sqrt{S_{\text{hexagone régulier}}}}{\sqrt{6 \cdot \sqrt{3}}} = 2 \cdot \frac{\sqrt{S_{\text{hexagone régulier}}}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt[4]{3}}$$

e) Formule du périmètre d'un hexagone régulier

$$\boxed{P_{\text{hexagone régulier}} = 6 \cdot c}$$

f) Recherche du périmètre de cet hexagone régulier en fonction de la longueur de son côté trouvé en d)

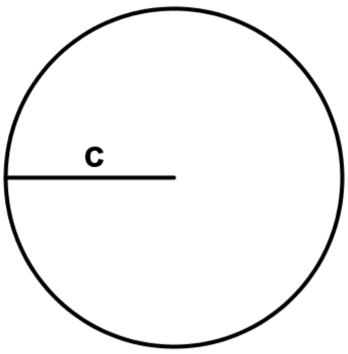
$$P_{H.R.} = 6 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{S_{\text{hexagone régulier}}}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt[4]{3}} \qquad \text{Or } 6 = \sqrt{6^2}$$

$$\text{Donc } P_{H.R.} = 2 \cdot \sqrt{6^2} \cdot \frac{\sqrt{S_{\text{hexagone régulier}}}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt[4]{3}} = 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{S}}{\sqrt[4]{3}} \qquad \text{Or } \sqrt{6} = \sqrt[4]{36}$$

$$P_{H.R} = 2 \cdot \frac{\sqrt[4]{36}}{\sqrt[4]{3}} \cdot \sqrt{S} = 2 \cdot \frac{\sqrt[4]{3 \cdot 12}}{\sqrt[4]{3}} \cdot \sqrt{S} = 2 \cdot \frac{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{12}}{\sqrt[4]{3}} \cdot \sqrt{S} = 2 \cdot \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3}} \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt{S}$$

$$= 2 \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt{S} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{P_{H.R.} = 2 \cdot \sqrt[4]{12} \cdot \sqrt{S}}$$

4. Cercle de rayon c



a) Formule de l'aire d'un cercle

$$\boxed{S_{\text{cercle}} = \pi \cdot c^2}$$

b) Recherche de la longueur d'un rayon c du cercle

$$S_{\text{cercle}} = \pi \cdot c^2 \quad \Rightarrow \quad c^2 = \frac{S_{\text{cercle}}}{\pi}$$

Comme c est une longueur de rayon, la valeur de c sera toujours positive.

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

c) Formule du périmètre d'un cercle

$$\boxed{P_{\text{cercle}} = 2 \cdot \pi \cdot c}$$

d) Recherche du périmètre de ce cercle en fonction de la longueur du rayon trouvée en b)

$$P_{\text{cercle}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{S}{\pi}} \qquad\qquad \text{Or} \quad \pi = \sqrt{\pi^2}$$

$$P_{\text{cercle}} = 2 \cdot \sqrt{\pi^2} \cdot \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot S}{\pi}} = 2 \cdot \sqrt{\pi \cdot S} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_{\text{cercle}} = 2 \cdot \sqrt{\pi \cdot S}}$$

5. Classement du périmètre des figures ci-dessus du plus petit au plus grand

Figures	Périmètre	
Cercle	$P_{\text{cercle}} = 2 \cdot \sqrt{\pi \cdot S} = 2 \cdot \sqrt{S} \cdot \sqrt{\pi} \approx 2 \cdot \sqrt{S} \cdot \mathbf{1{,}7725}$	100 %
Hexagone régulier	$P_{H.R.} = 2 \cdot \sqrt{S} \cdot \sqrt[4]{\mathbf{12}} \approx 2 \cdot \sqrt{S} \cdot \mathbf{1{,}8612}$	105 %
Carré	$P_{\square} = 4 \cdot \sqrt{S} = 2 \cdot \sqrt{S} \cdot \mathbf{2}$	112,8 %
Triangle équilatéral	$P_{\Delta} = 2 \cdot \sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt{S} = 2 \cdot \sqrt{S} \cdot \sqrt[4]{\mathbf{27}} \approx 2 \cdot \sqrt{S} \cdot \mathbf{2{,}2795}$	128,6 %

Périmètre croissant

Remarque: On peut démontrer que:

- Parmi tous les n-gones isosuperficiels ("n" fixé), le n-gone régulier est celui qui possède le plus petit périmètre.
- Parmi les n-gones réguliers isosuperficiels, celui qui possède le plus de côtés possède le plus petit périmètre.
- Le cercle est la figure isosuperficielle qui possède le plus petit périmètre.