

## Mathématiques élémentaires

### Plans des matières pour le cours de Géométrie (de 5 à 18 ans)

*"Le savant doit ordonner. On fait la science avec des faits comme une maison avec des pierres, mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison."*

Cette affirmation d'Henri POINCARÉ sur la construction de la science vaut aussi pour son enseignement.

Jean SIVARDIÈRE

### Cellule de Géométrie – Catégorie pédagogique de la HEH

DEMAL Michel

[demal.michel@skynet.be](mailto:demal.michel@skynet.be)

DRAMAIX Jérémy

[jeremy.dramaix@gmail.com](mailto:jeremy.dramaix@gmail.com)

DUBUCQ Jacques

[jacques.dubucq@skynet.be](mailto:jacques.dubucq@skynet.be)

HIGNY Samuel

[higny\\_samuel@hotmail.com](mailto:higny_samuel@hotmail.com)

LAFOT Cindy

[lafot.cindy@hotmail.com](mailto:lafot.cindy@hotmail.com)

MALAGUARNERA Angelo

[angelo.malaguarnera@gmail.com](mailto:angelo.malaguarnera@gmail.com)

PILAETE CHRISTINE

[christine.pilaete@skynet.be](mailto:christine.pilaete@skynet.be)

POPELER Danielle

[d.popeler@skynet.be](mailto:d.popeler@skynet.be)

Ce document présente les plans des matières du cours de géométrie (de 5 à 15 ans) développé et expérimenté à de très nombreuses reprises par la Cellule de Géométrie de la Haute Ecole de la Communauté française en Hainaut (Belgique).

Les caractéristiques essentielles du cours proposé peuvent se résumer en quelques mots par **cohérence**, **continuité**, **régularité**, **structuration** et **progressivité**.

**Cohérence**: au sens où les élèves sont *plongés* dans le même cadre théorique de 5 à 15 ans (force est de reconnaître que ce n'est malheureusement pas toujours le cas, faute d'informations suffisantes à tous les niveaux de l'enseignement).

**Continuité**: au sens où il n'y a pas de trou, d'oubli de matière. Selon le niveau de connaissance visé, tous les concepts indispensables à une véritable compréhension sont rencontrés.

**Régularité**: au sens où, semaine après semaine et année après année, les matières sont travaillées.

**Structuration**: au sens où l'ordre de succession des thèmes abordés est tel que les notions nécessaires à la compréhension et à la maîtrise des concepts rencontrés dans ces thèmes ont été analysées antérieurement.

**Progressivité**: au sens où le cours proposé a été élaboré en respectant les principes et règles de l'enseignement en spirale et génétique proposés respectivement par l'Américain J. BRUNER et l'Allemand E. WITTMANN.

En résumé, le cours proposé se compose de 4 spirale-génétiques:

- **une pour les figures et solides géométriques;**
- **une pour les transformations;**
- **une pour les premiers éléments et premières règles de logique;**
- **une pour la démarche scientifique jusqu'à, et y compris, la notion de preuve.**

Des informations complémentaires au cours proposé se trouvent sur les sites suivants: [www.hecfh.be/cellulegeometrie](http://www.hecfh.be/cellulegeometrie) et [www.uvgt.net](http://www.uvgt.net).

## Importance de la Géométrie de Transformations

Il existe actuellement, dans notre société, un paradoxe entre, d'une part,

*"le souhait de former le citoyen lambda, pour qu'il comprenne les réalités scientifiques et technologiques qui l'entourent"*

et, d'autre part,

*"le refus de cette même société à inclure dans l'enseignement obligatoire, les outils géométriques nécessaires à la compréhension de ces réalités scientifiques et technologiques"*

Ce n'est pourtant pas fautes d'appels de scientifiques de tout haut niveau pour qu'une véritable formation géométrique efficace et utile, en concordance avec les évolutions scientifiques et technologiques actuelles, soit donnée aux élèves de l'enseignement obligatoire.

Citons **Georges CHARPAK**, **Roland OMNES** et **Francis BUEKENHOUT** ainsi que quelques situations scientifiques et mathématiques:

*"Sans la science, on ne peut rien comprendre aujourd'hui au monde moderne.*

*Rien n'est plus important que de donner aux jeunes l'éducation (scientifique) dont ils ont besoin, qui fera d'eux des hommes et des femmes libres, capables de comprendre l'Univers qui les entoure et sa signification.*

*Il le faut, d'urgence, avant que des gourous, des marchands, des adorateurs de légendes ou des illuminés aient le temps de s'emparer d'eux.*

*Qu'ils aient des savants le vrai savoir ..."*

Extrait de "Soyez savants, devenez prophètes"- éd. Odile Jacob.

Georges CHARPAK est prix NOBEL(1992) de physique et physicien au CERN.

Roland OMNES est physicien théoricien et professeur émérite à la Faculté des Sciences de Paris XI -ORSAY.

*"Une autre géométrie élémentaire connaît une explosion dans les domaines les plus divers comme la chimie, la cristallographie, la biologie, la technologie, l'architecture, la robotique.*

*La liste n'est pas exhaustive, toutes les sciences, au sens le plus large, sont concernées; de même que les arts et la culture en général.*

*Il est urgent que la géométrie cesse de se replier sur un réduit minuscule et sans ambition, sur un statut de science morte. Il faut que la géométrie participe au développement de la science, de la technologie et de la culture."*

F. BUEKENHOUT est membre de l'académie des sciences de Belgique

Cette "autre géométrie" s'appelle "**La Géométrie des Transformations**".

Dans la géométrie des transformations, les transformations sont perçues comme des outils qui permettent, grâce à leurs propriétés, de:

- découvrir et/ou démontrer les propriétés des objets géométriques du plan et de l'espace;
- créer des figures ayant des régularités "répétitives" (frises – rosaces – tapisseries);

- classer des objets du plan et de l'espace (cristallographie);
- percevoir si un objet est orienté ou non orienté (paires d'objets énantiomères - formes "gauche" ou "droite" d'un objet - molécules chirales);
- créer des objets (snub-cube; snub-dodécaèdre);
- ...

Cette géométrie se base dès lors sur les 3 axes suivants:

1. les figures et les solides géométriques;
2. les transformations du plan et de l'espace (essentiellement les similitudes en mathématiques élémentaires);
3. le concept qui "relie" les propriétés des transformations aux propriétés des objets, c'est-à-dire sur la notion de "*symétrie au sens large*" ou d'"*automorphisme*".

Par automorphisme, il faut comprendre la notion simple de "**transformation qui superpose un objet à lui-même tout en conservant sa structure**".

Pour ce dernier point, plusieurs autres personnalités du monde scientifique attirent aussi l'attention sur l'importance fondamentale du concept de "**symétrie au sens large ou d'automorphisme**" en sciences et en mathématiques.

A ce sujet, ils précisent:

*"La symétrie est un aspect fascinant de la nature, mais c'est aussi un concept scientifique fondamental qui a envahi les mathématiques, la physique, la chimie et jusqu'à la biologie. Peut-être Paul VALÉRY y songeait-il quand il écrivait: **"Il n'y a pas de choses simples, mais il y a une manière simple de voir les choses."***

Jean SIVARDIERE

*"La symétrie (scientifique) est un outil de notre perception car elle permet de réduire de manière importante les informations nécessaires à la connaissance globale d'un objet, d'une figure, d'un événement. Pourtant elle n'est pas enfermée dans une spécialité mais apparaît plutôt comme un concept transversal relevant aussi bien des sciences exactes que des sciences du vivant, voire des disciplines artistiques."*

Gilles COHEN – TANNODJI (prix Nobel de physique 1997) et Yves SECQUIN

*"Les modèles de symétrie sont intrinsèques à tous les aspects de la perception et semblent jouer un rôle essentiel dans les processus créatifs à la fois en sciences et en arts. Sans une conscience de l'importance de tels concepts abstraits pour les réponses cathartiques qui étayent l'effort humain, il est douteux que les présentes tentatives désespérées faites en vue d'améliorer la quantité et la qualité des relations (en recherche scientifique et développement ou en arts) ne conduisent à rien d'autre que l'échec."*

Harry W. KROTO (Prix Nobel de chimie 1996)

# Géométrie des Transformations

## Plan des activités pour la "CLASSE MATERNELLE"

### Thème 1 – Transformations du plan

#### 1. Initiation aux figures superposables

Découverte de photos et de:

- figures non déformées et figures déformées.



- figures semblables ou proportionnelles
- figures isométriques

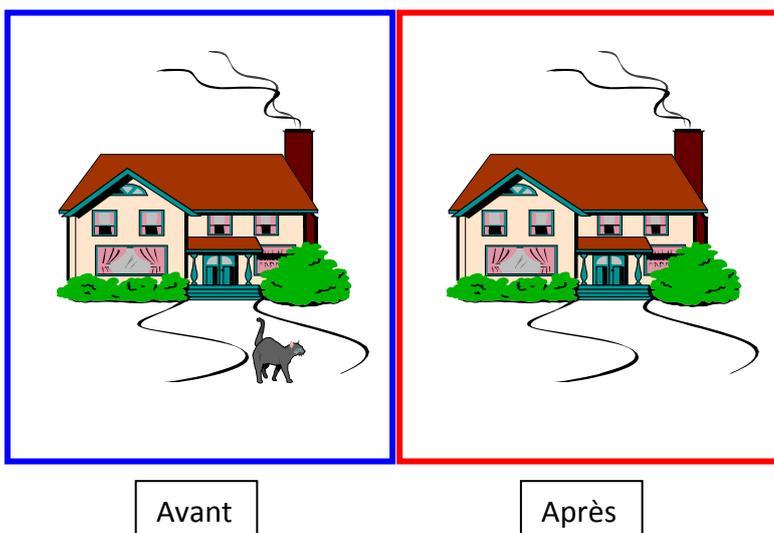
Par l'intermédiaire de transparents, découverte des:

- figures isométriques superposables:
  - par déplacement
  - par retournement
  - par déplacement et aussi par retournement



#### 2. Transformations de paysages

- Compléter, avec les éléments correspondants, des paysages déplacés





- Compléter, avec les éléments correspondants, des paysages qui se sont agrandis.



- Compléter, avec les éléments correspondants, des paysages qui se sont réduits.

### 3. Frises

Réalisation de frises collectives et individuelles

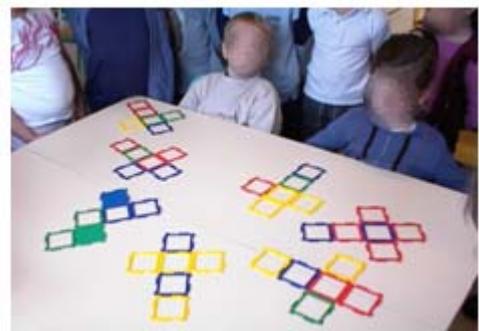


## Thème 2 – Va et vient entre solides et figures géométriques

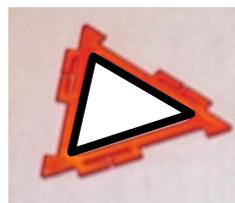
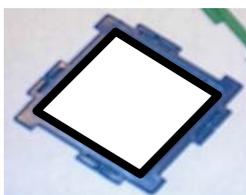
- Par construction libre avec des plaquettes POLYDRON et FRAMEWORKS, apparition de "pavages" (à plat) et de constructions dans l'espace (les polyèdres)



- Contrainte : tous les polyèdres doivent être "fermés"
- Tri des polyèdres construits par "familles":
  - tous les cubes (ceux de même grandeur et ceux de grandeurs proportionnelles)
  - toutes les pyramides
  - tous les prismes
  - les autres
- Démontage de cubes et comptage des faces; constatations: toujours six faces et toujours des carrés isométriques
- Reconstruction de cubes en utilisant nécessairement les six faces isométriques



- Ouverture de pyramides; distinction de la forme des faces latérales (toujours des triangles); reconnaissance de la "base" (sauf pour les tétraèdres réguliers!)
- Reproduction de polygones; ici, par contournement (intérieur) des côtés



- Coloriage de la surface de figures géométriques, sans en dépasser "la limite" ou le périmètre
- Repérage des côtés droits et des sommets
- Reconnaissance de l'intérieur et de l'extérieur d'une figure géométrique
- Repérage de la " limite" (périmètre) d'une figure géométrique
- Par superpositions, repérage des figures géométriques isométriques
- Construction de polygones à 3, 4, 5 côtés, avec des chalumeaux et constatations:
  - les polygones à trois côtés ne se déforment jamais



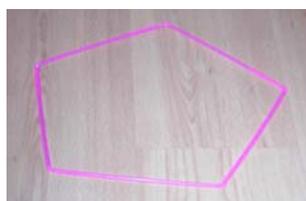
- les triangles équilatéraux (proportionnels) sont semblables; ils ont tous les mêmes angles (constatation par emboîtements)



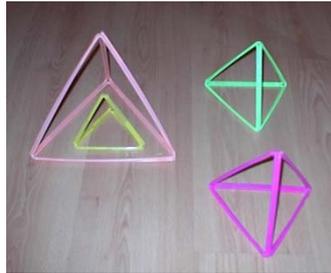
- les polygones à 4 côtés se déforment: passage du carré au losange et passage du rectangle au parallélogramme



- Constructions de polygones à 5 côtés appelés pentagones ou 5-gones; ils peuvent se déformer jusqu'à l'obtention d'une "étoile"



- Construction de polyèdres en chalumeaux, semblables (proportionnels) aux polyèdres construits en plaquettes POLYDRON



Parmi des non polygones en papier:

- Sélection des disques
- Différencier disques et cercles
- Tracer des cercles des cordes de longueurs différentes
- Comparaison des grandeurs de disques
- Coloriage de disques



Les pavages

- Observation de pavages
- Création de pavages en utilisant des figures géométriques isométriques
- Création de pavages en utilisant un mélange de figures géométriques
- Tri des pavages et distinction entre les "bons" et les "mauvais" pavages



### Thème 3 – Transformations de l'espace – Objets orientés

- Réalisation de collections d'objets de même forme, de même grandeur et de même orientation



- Réalisation de collections d'objets de même forme, de même grandeur et d'orientations différentes



- Repérages d'objets semblables de même orientation



- Repérages d'objets d'orientation différente



- Notion de déplacement: objet identique au départ et à l'arrivée



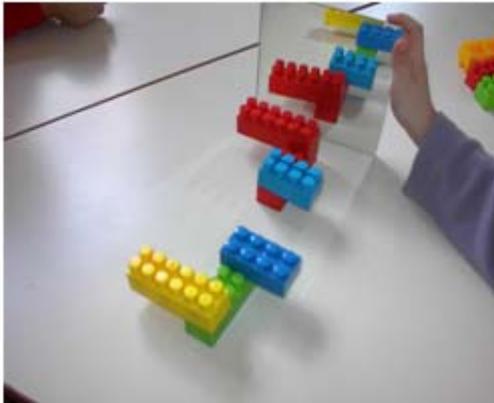
- Notion de retournement: Objet "se regardant" dans un miroir; repérage du "modèle correspondant" vu dans le miroir



- Constructions de modèles identiques à un modèle donné (modèles isométriques déplacés)



- Constructions du modèle correspondant à celui vu "de l'autre côté du miroir" (modèles isométriques retournés)



# Géométrie des Transformations

## Plan des activités de PREMIÈRE ANNÉE PRIMAIRE

### Thème 1 – Figures et Solides Géométriques

#### 1. Figures géométriques planes fermées

- a) Notion de figure géométrique plane fermée sur base des caractéristiques des côtés ("droits" ou "courbes") et des contraintes liant les sommets et les côtés (2 côtés par sommet)
- b) Premier classement des figures géométriques planes fermées:



- polygones
- figures rondes
- figures hybrides

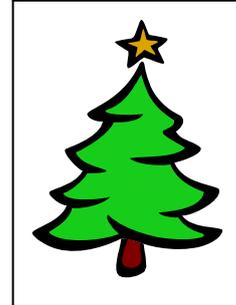
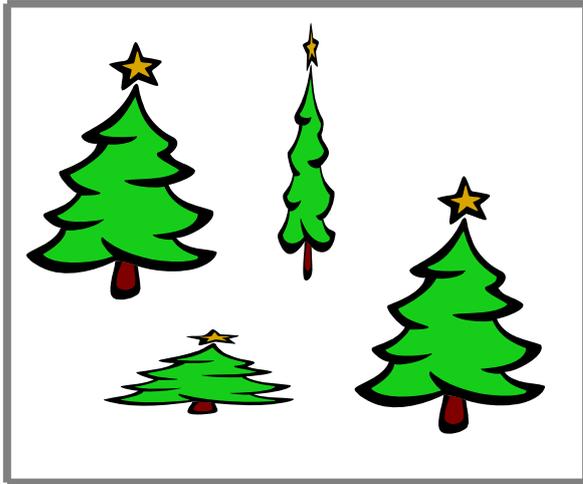
#### 2. Solides géométriques

- a) Notion de solide géométrique sur base des caractéristiques des faces:
- faces courbes non planes
  - faces planes (polygones - figures hybrides - figures rondes)
- b) Premier classement des solides géométriques:
- polyèdres
  - corps ronds
  - corps hybrides



## Thème 2 – Transformations planes

a) Figures déformées - Figures non déformées



Transparent

b) Figures non déformées semblables (proportionnelles)

c) Figures semblables agrandies - Figures semblables réduites - Figures isométriques

d) Figures isométriques ou superposables

- Figures superposables (isométriques) par déplacement
- Figures superposables (isométriques) par retournement

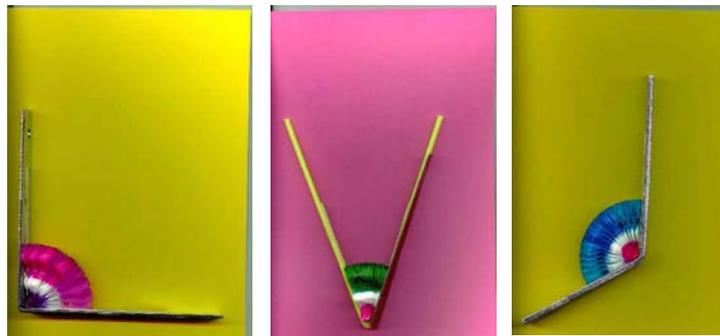
## Thème 3 – Notion de longueur - Notion d'angle

a) Côté plus court - Côté plus long - Côté de même longueur

b) Notion d'écartement ou d'angle

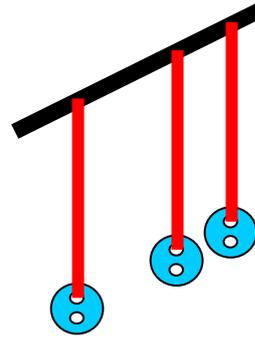
c) Notion d'angle droit

d) Angles plus écartés - Angles moins écartés - Angles de même écartement



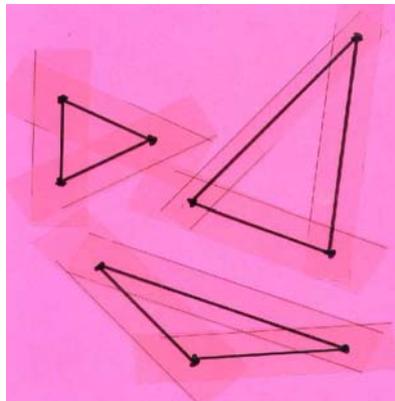
## Thème 4 – Droites - Horizontalité - Verticalité - Parallélisme

- Droites illimitées dans les deux sens
- Droites horizontales
- Droites verticales
- Droites obliques
- Droites parallèles
- Angle droit (droite verticale et droite horizontale)



## Thème 5 – Classement des polygones en fonction du nombre de côtés

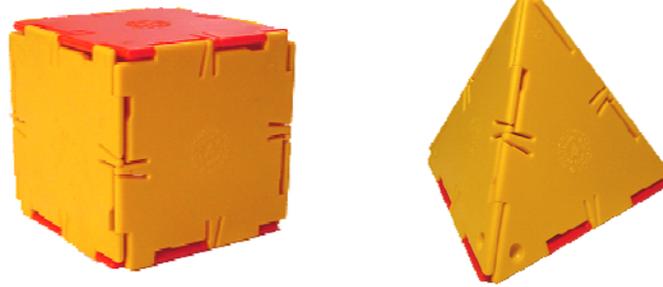
- Classement des polygones en fonction du nombre de côtés:
  - triangles - quadrilatères
  - polygones à plus de 4 côtés
  - égalité du nombre de côtés, de sommets et d'angles
- "Construction" de polygones (avec des segments sur transparents):
  - à 1 - 2 côtés!
  - construction de triangles, de quadrilatères et autres polygones



- Individuellement, classement des polygones en fonction du nombre de côtés:
  - repérage des triangles et des quadrilatères parmi des figures géométriques données
  - comptage du nombre de côtés et de sommets dans des polygones; association de "la bonne étiquette"
- Réinvestissement des notions telles que:
  - figure fermée - incidence "côté - sommet" (deux côtés par sommet)
  - traçage à la latte
  - tableau à double entrée
  - angles droits - angles aigus - angles obtus
- Évaluation des notions vues

## f) Polyèdres et polygones:

- repérage des polygones sur des solides
- comptage du nombre de faces d'un cube



- détermination de la nature des faces et du nombre de faces d'un tétraèdre régulier
- détermination de la nature des faces et du nombre de faces d'une pyramide à base carrée - notion de base d'une pyramide

## Thème 6 – Analyse des premières caractéristiques des figures géométriques

### 1. Les quadrilatères

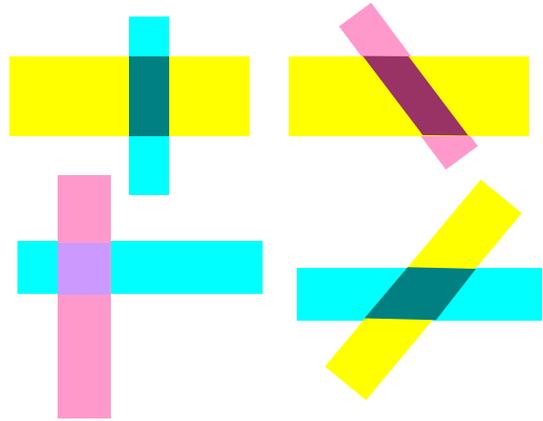
#### A. Les carrés

- Parmi des quadrilatères, découverte du quadrilatère le plus régulier, le plus symétrique: le carré
- Découverte des caractéristiques du carré (4 côtés isométriques et 4 angles droits)
- Parmi des assemblages de quatre tiges de meccano, repérage de celui qui permet de réaliser un carré et découverte du losange quelconque
- Reconnaissance de carrés parmi des quadrilatères et vérification de leurs caractéristiques et découverte que la mesure d'un seul côté suffit
- Dans des carrés, découverte du parallélisme des côtés opposés (fils à "plomb" verticaux)
- Constructions des carrés avec des tiges de meccano et avec des bandelettes aux bords parallèles
- Découverte des conditions déterminantes des carrés (4 côtés isométriques et 4 angles droits) et comparaison avec les losanges quelconques et les rectangles quelconques
- Construction des carrés avec des bâtonnets puis avec des segments de droite dessinés sur transparents
- Synthèse des caractéristiques déterminant un carré
- Notions de carrés semblables et de carrés isométriques
- Dessin de carrés sur du papier tramé
- Exercices individuels sur les carrés



## B. Les rectangles quelconques

- Découverte du rectangle quelconque et de ses caractéristiques par comparaison à celles du carré (angles, longueur des côtés et parallélisme)
- Construction de carrés et de rectangles quelconques à l'aide de bandelettes parallèles; apparition du losange quelconque et du parallélogramme quelconque
- Exercices individuels de repérage de rectangles quelconques
- Synthèse des caractéristiques des rectangles quelconques
- Parmi des assemblages de 4 tiges de meccano, reconnaissance d'un rectangle quelconque



- Comparaison d'un trapèze quelconque et d'un rectangle quelconque
- Construction de rectangles quelconques avec des segments dessinés sur transparents
- Dessin de rectangles quelconques sur du papier tramé

## 2. Le disque

- Découverte de la figure ronde la plus régulière, la plus symétrique: le disque
- Premières caractéristiques d'un disque - milieu d'un disque (centre) - périmètre d'un disque (cercle) - surface intérieure d'un disque
- Découverte du nombre de côtés d'un disque (un seul côté)
- Assemblage de quartiers de disques pour reconstituer des disques
- Comparaison de l'étendue de deux disques et comparaison de l'étendue de deux demi-disques de rayons différents
- Exercices individuels



## 3. Évaluation formative de toutes les figures analysées

## Thème 7 – Les frises

- a) Notion de frise
- b) Construction de deux frises du type translation
- c) Nombres entiers et frises
- d) Construction de deux frises possédant des axes de symétrie verticaux



## Thème 8 – Les paysages

- a) Déplacements de paysage (tous les éléments qui le composent se déplacent en même temps)
- b) Agrandissement et/ou réduction de paysage "non retourné"; tous les éléments se transformant dans la même proportion.



# Géométrie des Transformations

## Plan des activités de DEUXIÈME ANNÉE PRIMAIRE

### Thème 1 – Figures géométriques planes fermées

- a) Rappel et réinvestissement des notions telles que:
  - côté droit - côté courbe
  - figure fermée - incidence "côté - sommet" (deux côtés par sommet)
- b) Reconnaissance, comparaison, différenciation, construction de figures géométriques planes avec du matériel varié
- c) Classement des figures géométriques planes fermées en:
  - polygones
  - figures rondes
  - figures hybrides



- d) Traçage à la latte
- e) Tableau à double entrée
- f) Repérage de polygones sur des solides

### Thème 2 – Solides géométriques

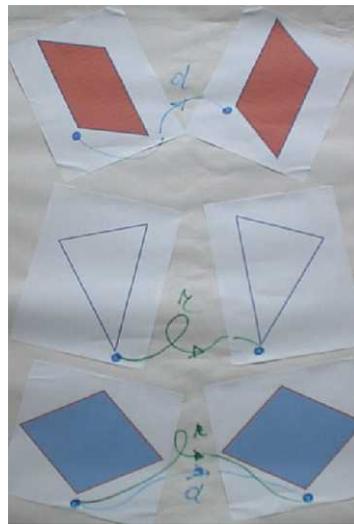
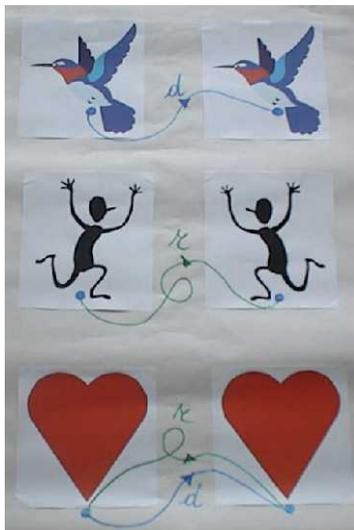
- a) Notion de solide géométrique sur base des caractéristiques des faces
  - faces courbes non planes
  - faces planes (polygones - figures hybrides - figures rondes)
- b) Reconnaissance, comparaison, différenciation des solides géométriques
- c) Classement des solides géométriques en:
  - polyèdres
  - corps ronds
  - corps hybrides



- d) Construction de polyèdres au départ de faces polygonales
- e) Association de solides pleins à leur "squelette", à leur photo, à leur représentation en perspective cavalière

### **Thème 3 – Transformations du plan - Similitudes planes**

- a) Figures déformées - Figures non déformées
- b) Figures non déformées (semblables ou proportionnelles)
- c) Figures semblables agrandies - Figures semblables réduites - Figures isométriques
- d) Figures isométriques ou figures physiquement superposables
- e) Figures superposables (isométriques) par déplacement et/ou par retournement



### **Thème 4 – Similitudes dans le plan et dans l'espace**

- a) Figures déformées - Figures semblables (non déformées) - Figures isométriques
- b) Objets déformés - Objets semblables - Objets isométriques



- c) Paysages isométriques - Paysages semblables - Paysages déformés

## Thème 5 – Notion de longueur - Notion d'angle

- a) Côtés plus courts - côtés plus longs - côtés de même longueur ou isométriques
- b) Notion d'écartement ou d'angle
- c) Notion d'angle droit



- d) Angles plus écartés - angles moins écartés - angles de même écartement ou isométriques
- e) Types d'angles déterminés par deux droites sécantes
- f) Angles de même écartement dans des polygones
- g) Angles isométriques dans des polygones proportionnels

## Thème 6 – Classement des polygones en fonction du nombre de côtés

Classement des polygones en fonction du nombre de côtés:

- triangles - quadrilatères
- polygones à plus de 4 côtés
- égalité du nombre de côtés, de sommets et d'angles

## Thème 7 – Analyse des premières caractéristiques des figures géométriques

### 1. Les quadrilatères

#### A. Les carrés

- Parmi des polygones à 3, 4, 5 côtés, découverte du quadrilatère le plus régulier, le plus symétrique: le carré
- Construction de carrés semblables avec choix du matériel adéquat; redécouverte des caractéristiques du carré (4 côtés isométriques et 4 angles droits)
- Choix de deux paires de droites parallèles permettant de faire apparaître, en les croisant, un carré (en même temps, découverte de losanges quelconques, de rectangles quelconques et de parallélogrammes quelconques)

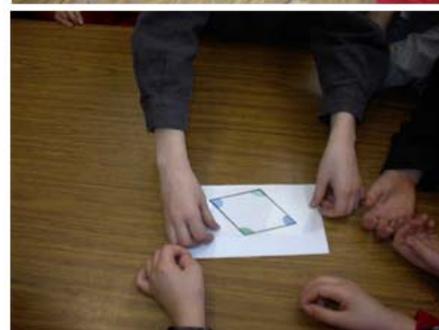


- Parmi des assemblages de quatre tiges de meccano, repérage de celui qui permet de "voir" un carré (découverte, en même temps, de losanges quelconques, de rectangles quelconques et de parallélogrammes quelconques)
- Construction de carrés avec des segments de droites dessinés sur transparents puis vérification de la longueur des côtés et des angles droits
- Construction de carrés avec des chalumeaux et des tiges de meccano.
- Obtention de losanges quelconques à partir de la déformation des carrés en chalumeaux et en tiges de meccano
- Obtention d'un carré à partir d'un losange quelconque (en chalumeaux ou tiges de meccano) et d'un seul angle droit ("Un seul angle droit suffit pour obtenir un carré à partir d'un losange quelconque")
- Redécouverte des conditions déterminantes des carrés (4 côtés isométriques et 4 angles droits) et comparaison avec les losanges quelconques et les rectangles quelconques
- Repérage de carrés sur des solides géométriques
- Dénombrement des carrés sur des cubes
- Construction de cubes au départ de six faces carrées; prise de conscience qu'une arête est incidente à deux faces (une arête est commune à deux faces)
- Synthèse des caractéristiques déterminant un carré
- Dessin de carrés sur du papier tramé
- Exercices individuels sur les carrés



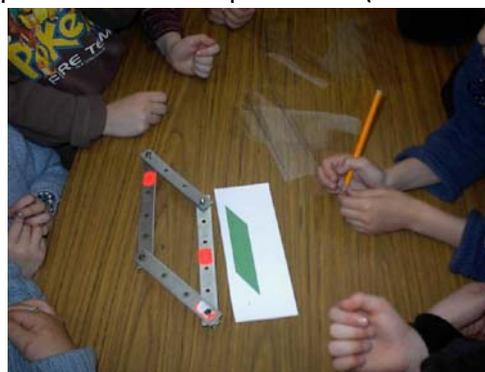
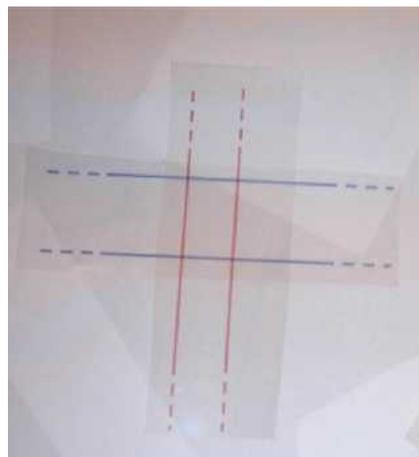
## B. Les losanges quelconques

- Parmi des quadrilatères, sélection des losanges quelconques
- Construction de losanges quelconques avec des segments de droites et découverte des premières caractéristiques des losanges quelconques : quatre côtés de même mesure
- Découverte d'un losange-carré
- Repérage des angles opposés des losanges quelconques
- A l'aide de dessins d'angles sur transparents, découverte de la propriété: les angles opposés des losanges sont isométriques (de même écartement)
- Construction de losanges quelconques à l'aide de paires de droites parallèles (en même temps, rencontre et comparaisons avec les carrés, les rectangles quelconques et les parallélogrammes quelconques)
- Synthèse des caractéristiques déterminant les losanges quelconques
- Dessin de losanges quelconques sur du papier tramé
- Exercices individuels sur les losanges quelconques



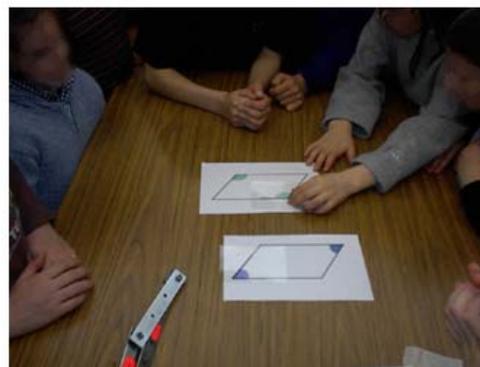
### C. Les rectangles quelconques

- Parmi des quadrilatères, sélection des rectangles quelconques
- Construction de rectangles quelconques avec des segments de droites et découverte des caractéristiques des rectangles quelconques : deux longs côtés isométriques, deux côtés courts isométriques; quatre angles droits
- Obtention d'un parallélogramme quelconque
- Obtention d'un rectangle quelconque à partir d'un parallélogramme quelconque et d'un seul angle droit ("Un seul angle droit suffit pour obtenir un rectangle quelconque à partir d'un parallélogramme quelconque")
- Recherche et comparaison des angles opposés des rectangles quelconques
- Construction de rectangles quelconques à l'aide de paires de droites parallèles (en même temps, rencontre et comparaisons avec les carrés, les losanges quelconques et les parallélogrammes quelconques)
- Synthèse des caractéristiques déterminant les rectangles quelconques
- Dessin de rectangles quelconques sur du papier tramé
- Exercices individuels sur les rectangles quelconques



### D. Les parallélogrammes quelconques

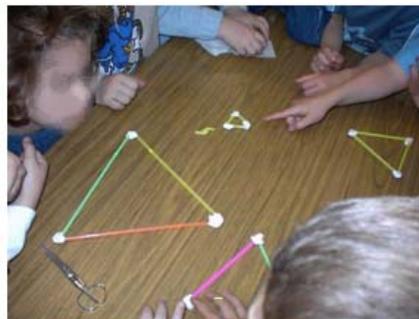
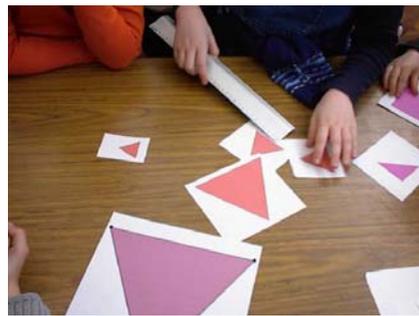
- Parmi des quadrilatères, sélection des parallélogrammes quelconques
- Construction de parallélogrammes quelconques avec des segments de droites et découverte des premières caractéristiques des losanges quelconques: quatre côtés dont deux longs opposés isométriques et deux courts opposés isométriques
- Construction d'un parallélogramme quelconque avec des tiges de meccano et passage du parallélogramme quelconque au rectangle quelconque par le placement d'un seul angle droit.
- Recherche et comparaison des angles opposés des parallélogrammes quelconques à l'aide d'angles dessinés sur transparents
- Construction de parallélogrammes quelconques à l'aide de paires de droites parallèles (en même temps, rencontre et comparaisons avec les carrés, les losanges quelconques et les rectangles quelconques)
- Synthèse des caractéristiques déterminant les parallélogrammes quelconques
- Dessin de parallélogrammes quelconques sur du papier tramé
- Exercices individuels sur les parallélogrammes quelconques

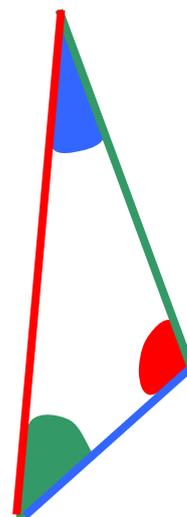


## E. Évaluation formative à propos des quadrilatères "étudiés"

### 2. Les triangles

- Parmi des polygones, sélection des polygones à trois côtés : les triangles
- Parmi les triangles, sélection de celui qui paraît le plus régulier, le plus symétrique: le triangle équilatéral
- Classement (à l'œil) de triangles selon le critère: triangles semblables (même forme, côtés proportionnels)
- Découverte de plusieurs "familles" de triangles semblables; comparaisons et énoncés de quelques caractéristiques propres à chacune de ces familles
- Parmi les triangles "réguliers" ou équilatéraux, comparaisons de la mesure des côtés et de l'écartement des angles
- Dans des triangles équilatéraux semblables (proportionnels), vérification de la mesure des côtés et de l'écartement des angles et dégagement des conclusions: 3 côtés isométriques et tous les angles isométriques (toujours le même angle)
- Construction de triangles équilatéraux (proportionnels) avec des tiges et de la pâte adhésive; nouvelle vérification à propos des angles
- Parmi des solides géométriques, repérer ceux dont certaines faces sont des triangles équilatéraux
- Construction de tétraèdres réguliers en chalumeaux (4 triangles équilatéraux)
- Construction de triangles isocèles avec des chalumeaux
- Construction de triangles isocèles avec des segments de droite dessinés sur transparents
- Parmi des triangles, repérage de ceux qui ont deux angles de même amplitude et constater que ce sont des triangles isocèles
- Par mesurage, repérage des triangles ayant deux côtés de même mesure.
- Repérage de triangles ayant un angle droit (vérification)
- Par manipulation, découverte que dans des triangles quelconques, l'angle le plus écarté correspond au côté le plus long et que l'angle le moins écarté correspond au côté le moins long; et réciproquement





### Thème 8 – Les frises

Dessins de frises du type "translations" et du type "translations et symétries orthogonales d'axes verticaux" avec des figures géométriques.

# Géométrie des Transformations

## Plan des activités de TROISIÈME ANNÉE PRIMAIRE

### Thème 1 – Figures géométriques planes fermées

- Reconnaissance de figures planes et de figures non planes
- Classement des figures planes en polygones et non- polygones (figures rondes et des figures hybrides)
- Représentations sous forme de diagrammes
- Construction de polygones à l'aide de segments de droites dessinés sur transparents
- Découverte du polygone ayant le moins de côtés possibles
- Traçage de figures planes (polygones et non-polygones)
- Traçage de polygones en tenant compte de la numérotation des sommets (Selon la manière dont les sommets d'un polygone sont numérotés, celui-ci change de forme!)
- Repérage des angles (intérieur) des polygones tracés
- Dénombrement des côtés, des sommets et des angles des polygones
- Exercices individuels: tableau à double entrée, propositions vraies ou fausses, reconnaissance de figures imposées, traçage de figures géométriques dont on donne "la définition"



### Thème 2 – Solides géométriques

- Classement des solides géométriques, en fonction de la forme de leurs faces, en polyèdres et non-polyèdres (corps ronds, corps hybrides)
- Correspondance entre des solides géométriques, leurs photos prises sous des angles différents et leurs dessins en perspective cavalière.
- Représentations du classement des solides géométriques sous forme de diagrammes
- Distinction de polygones et de polyèdres
- Correspondance existant entre le classement des figures géométriques et le classement des solides géométriques



- Exercices individuels: tableau à double entrée, association de photos de solides et de dessins en perspective cavalière, propositions vraies ou fausses, propositions à compléter

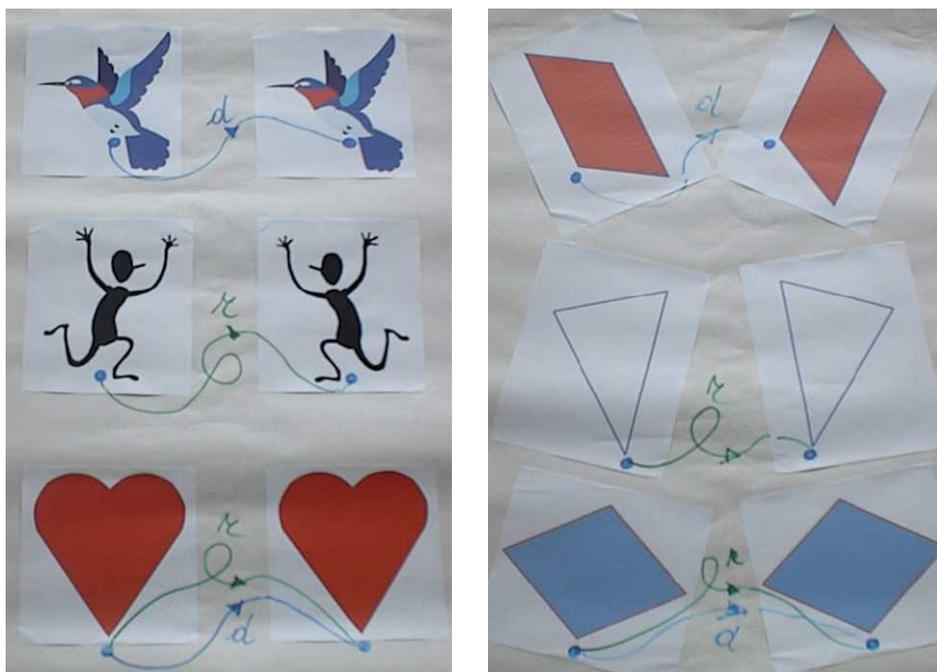
### Thème 3 – Transformations du plan – Similitudes planes

*En première année primaire, ce thème a été abordé uniquement avec les "figures non géométriques" (chats, tortues, oiseaux...).*

*En deuxième année primaire, nous l'avons repris avec les "figures non géométriques et nous l'avons étendu à quelques figures géométriques.*

*En troisième année, la première activité reprend d'abord les acquis de première et deuxième année. Par la suite, nous avons essentiellement utilisé les figures géométriques usuelles.*

- Figures déformées - Figures non déformées
- Figures non déformées (semblables ou proportionnelles)
- Figures semblables agrandies - Figures semblables réduites - Figures isométriques
- Figures isométriques ou figures physiquement superposables
- Figures superposables (isométriques) par déplacement et /ou par retournement



- Exercices individuels: comparaisons des transformations du plan (avant-après); détermination de déplacement et/ou retournement, reproduction sur quadrillage de polygones isométriques déplacés; reproduction de figures géométriques semblables agrandies déplacées ou réduites déplacées

### Thème 4 – Les angles

- Observation de l'équerre Aristo et repérage de l'angle droit
- Rappel des différents types d'angles: droit, aigu, obtus, plat, plein, nul (manipulations et psychomotricité)



- Mesurage de l'amplitude de l'angle droit et d'angles plus écartés ou moins écartés que l'angle droit
- Différenciation des angles intérieurs de polygones convexes et non convexes
- Exercices individuels: repérage d'angles droits, d'angles aigus, d'angles obtus; traçage d'angles imposés, tableau à double entrée, mesurage de l'amplitude d'angles donnés et recherche des procédés permettant de calculer la valeur des angles complémentaires.

### Thème 5 – Classement des polygones

- Repérage de polygones parmi des figures géométriques (rappel de leurs caractéristiques)
- Rappel de la relation existant entre le nombre de côtés, de sommets, d'angles des polygones
- Classement des polygones en fonction du nombre de côtés
- Découverte de tous les polygones apparaissant lorsque l'on "coupe" un carré puis un pentagone à l'aide d'une droite
- Avec des segments de droites dessinés sur transparents, construire des polygones

### Thème 6 – Positions relatives de deux droites dans le plan

- Rappel des caractéristiques d'une droite et manière de la représenter
- Élaboration de la notion de droites sécantes, par manipulations de droites dessinées sur transparents
- Constatation: deux droites sécantes se coupent en un seul point
- Observation des angles opposés obtenus par deux droites sécantes quelconques



- Découverte d'une notion de conséquence liée aux droites perpendiculaires: deux droites sécantes se coupant à angle(s) droit(s) donnent "gratuitement" 4 angles droits
- Par opposition aux droites sécantes, rechercher diverses possibilités de positionner deux droites de manière à ce qu'elles ne soient pas sécantes (droites parallèles disjointes ou droites parallèles confondues)

- Représentation par la psychomotricité (positions des mains), les droites imposées par les symboles donnés
- Initiation aux symboles mathématiques utilisés pour représenter ces quatre types de paires de droites
- Traçage de droites perpendiculaires et de droites parallèles à l'aide de l'équerre Aristo
- Exercices individuels: reconnaissance de droites parallèles ou sécantes; association des symboles à leurs représentations; dessin de droites (sécantes ou parallèles) dans la position imposée par les symboles



## Thème 7 – Des familles de quadrilatères

### 1. La famille des carrés

- Parmi des quadrilatères, sélection des carrés
- Découverte des qualités communes à tous les membres de la famille des carrés:
  - tous les côtés de même longueur,
  - tous les angles de même amplitude,
  - deux paires de côtés parallèles de même écartement.
- Découverte que tous les carrés sont superposables à eux-mêmes par déplacement(s) et aussi par retournement(s)
- Exercices individuels: calcul du périmètre; recherche de la mesure d'un côté; dessins de carrés dont le périmètre est connu, dessin de carrés à l'aide de la latte et de l'équerre Aristo

### 2. La famille des losanges

- Parmi des quadrilatères, sélection de ceux dont tous les côtés sont de même mesure: la famille des losanges



- Découverte des deux types de losanges : les losanges quelconques et les losanges particuliers (carrés)
  - Représentation sous forme de diagrammes
  - Par manipulations et avec du matériel varié, recherche des propriétés des membres de la famille des losanges (côtés, angles, parallélisme, superposables à eux-mêmes par déplacement et/ou retournement)
  - Par comparaison, découverte des qualités communes à tous les types de losanges
- Synthèse collective et exercices individuels mettant en jeu les côtés, le périmètre, les angles, la véracité de propositions, l'utilisation simple d'éléments de logique

### 3. La famille des rectangles



- Parmi des quadrilatères, sélection de ceux qui ont quatre angles droits: la famille des rectangles
- Découverte des deux types de rectangles: les rectangles quelconques et les rectangles particuliers (carrés)
- Représentation sous forme de diagramme
- Par manipulations et avec du matériel varié, recherche des propriétés des membres de la famille des rectangles (côtés, angles, parallélisme, superposables à eux-mêmes par déplacement et/ou retournement)
- Par comparaison, découverte des qualités communes à tous les types de rectangles
- Synthèse collective et exercices individuels mettant en jeu les côtés, le périmètre, les angles, la véracité de propositions, l'utilisation simple d'éléments de logique

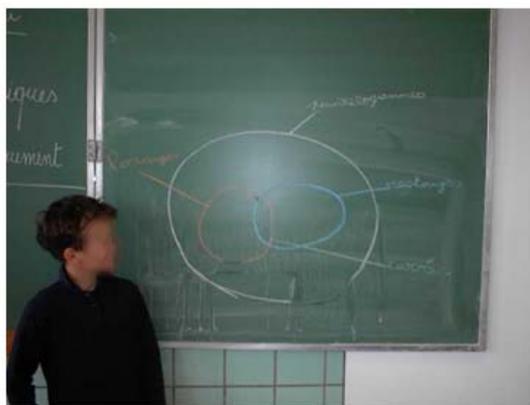
### 4. Comparaison des familles des carrés, des rectangles, des losanges.



- Par l'observation de la place des trois familles, découverte des carrés à l'intersection des rectangles et des losanges
- Découvertes des qualités communes aux carrés, aux losanges quelconques et aux rectangles quelconques (angles, côtés, superposables à eux-mêmes par déplacement et/ou par retournement)

### 5. La famille des parallélogrammes

- Parmi des quadrilatères, sélection de ceux qui ont deux paires de côtés parallèles: la famille des parallélogrammes
- Découverte des quatre types de parallélogrammes: les parallélogrammes quelconques, les rectangles quelconques, les losanges quelconques, les carrés
- Représentation sous forme de diagramme
- Par manipulations et avec du matériel varié, recherche des propriétés des membres de la famille des parallélogrammes (côtés, angles, parallélisme, superposables à eux-mêmes par déplacement et/ou retournement)
- Par comparaison, découverte des qualités communes à tous les types de parallélogrammes
- Synthèse collective et exercices individuels mettant en jeu les côtés, le périmètre, les angles, la véracité de propositions, l'utilisation simple d'éléments de logique



## Thème 8 – Les frises

- a) Frises du type "translations et symétries glissées" (découverte collective puis construction individuelle)



- b) Frises du type "translations et symétries centrales" (découverte collective puis construction individuelle)

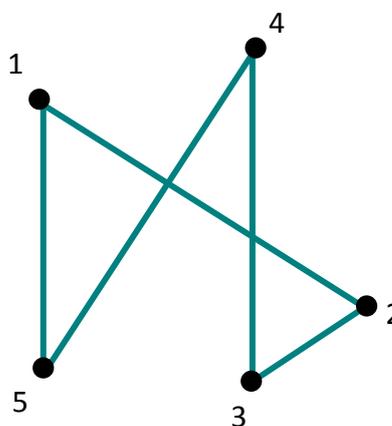
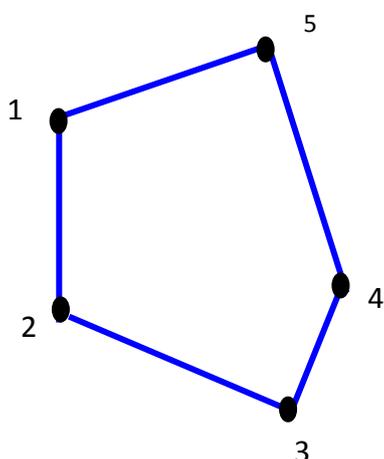


# Géométrie des Transformations

## Plan des activités de QUATRIÈME ANNÉE PRIMAIRE

### Thème 1 – Figures géométriques planes fermées

- Classements des figures géométriques en polygones, non-polygones (figures rondes, figures hybrides)
- Maîtrise des quantificateurs: "pour tout"; "il existe"
- Maîtrise de la conjonction "et"
- Négation orale d'un "pour tout", d'un "il existe" et de la conjonction "et"
- Représentations des classements sous forme de diagrammes
- Traçage de polygones en suivant la numérotation des sommets



- Construction de polygones avec des segments de droite dessinés sur transparents
- Fixation de la relation existant entre le nombre de côtés, de sommets et d'angles des polygones
- Exercices individuels

### Thème 2 – Solides géométriques

- Classement des solides géométriques, en fonction de la forme de leurs faces, en polyèdres et non-polyèdres (corps ronds, corps hybrides)
- Correspondance entre des solides géométriques, leurs photos prises sous des angles différents et leurs dessins en perspective cavalière
- Représentations du classement des solides géométriques sous forme de diagrammes
- Distinction de polygones et de polyèdres
- Correspondance existant entre le classement des figures géométriques et le classement des solides géométriques

- Détermination raisonnée du nombre de faces, d'arêtes et de sommets de polyèdres: cube, tétraèdre régulier, icosaèdre régulier, dodécaèdre régulier.
- Essai de construction de polyèdres à faces triangulaires (deltaèdres) avec un nombre impair de faces (raisonnement par l'absurde)
- Classement de polyèdres en fonction du nombre de faces



- Calcul du nombre de châlumeaux (pailles) nécessaires à la construction de quelques polyèdres imposés
- Construction de polyèdres en châlumeaux, semblables à des polyèdres réalisés en plaquettes POLYDRON
- Exercices individuels

### **Thème 3 – Transformations du plan – Similitudes planes**

- Figures déformées - Figures non déformées
- Figures non déformées (semblables ou proportionnelles)
- Figures semblables agrandies - Figures semblables réduites - Figures isométriques
- Figures isométriques ou figures physiquement superposables
- Figures superposables (isométriques) par déplacement et /ou par retournement - notion d'orientations du plan (dessins de main gauche, dessin de main droite, sens horlogique et sens antihorlogique)



- Notion de symétries au sens large (automorphismes): déplacement et /ou retournement qui superpose(nt) une figure à elle-même
- Exercices individuels

## Thème 4 – Les angles

- Rappel des différents types d'angles: droit, aigu, obtus, plat, plein, nul (manipulations et psychomotricité).



- Mesurage de l'amplitude de l'angle droit et d'angles plus écartés ou moins écartés que l'angle droit
- Angles intérieurs de polygones convexes et non convexes
- Angles opposés formés par des droites sécantes
- Angles alternes et internes associés à deux droites parallèles
- Somme des angles intérieurs d'un triangle (180 degrés)
- Exercices individuels: repérage d'angles droits, d'angles aigus, d'angles obtus ; traçage d'angles imposés, mesurage de l'amplitude d'angles donnés et calcul de la valeur des angles complémentaires

## Thème 5 – Droites, segments de droites et milieu d'un segment de droite

- Comparer droite et segment de droite
- Caractéristiques des segments de droites



- Droites sécantes - Droites concourantes
- Mesurer des segments de droites - représentation symbolique de segments de droites
- Milieu d'un segment de droite dans le plan et dans l'espace

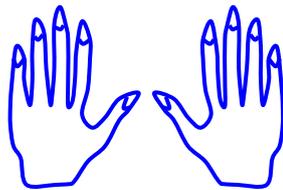
- Milieu d'un segment de droite du plan et transformations



- Segments de droite se coupant en leur milieu
- Exercices individuels

## Thème 6 – Les orientations du plan

Les deux orientations du plan - sens horlogique et sens antihorlogique - figures orientées - dessins de mains et dessins de pieds.



## Thème 7 – Les cercles

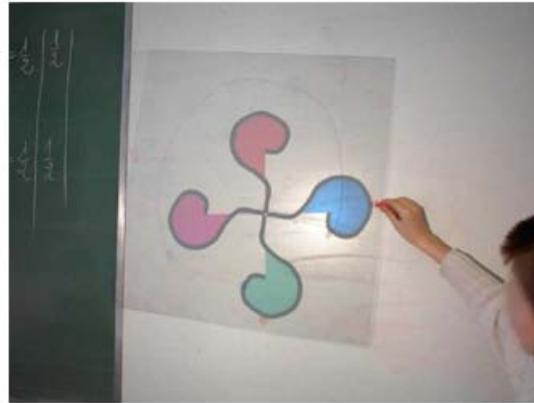
- Cercles et disques - corde, diamètre, rayon, centre



- "Définition" d'un cercle
- Points "frontière", points extérieurs, points intérieurs d'un cercle et distance par rapport au centre
- Cercles concentriques
- Exercices individuels

## Thème 8 – Les rotations dans le plan

- Rosaces et rotations (approche visuelle)
- Premières caractéristiques liées aux rotations (déplacements - amplitudes de la rotation - sens de la rotation - centre de la rotation "point fixe")
- Positionnement approximatif de figures (sur transparents) par des rotations données

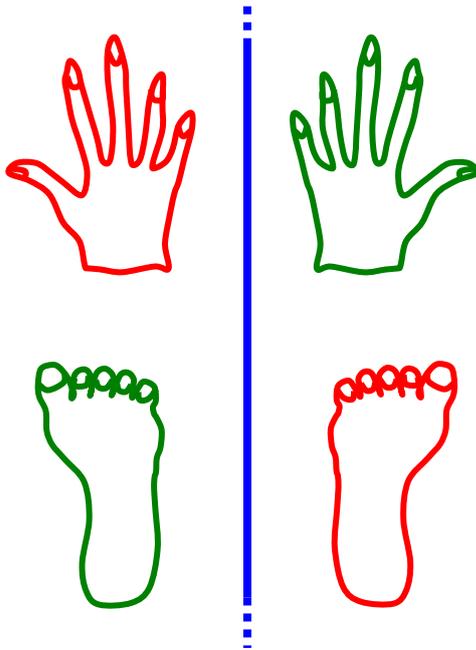


- Fractions de tour et angles balayés
- Détermination des rotations qui superposent des figures à elles- mêmes (carrés, rectangles quelconques, losanges quelconques, parallélogrammes quelconques)
- Exercices individuels.

## Thème 9 – Les symétries orthogonales du plan

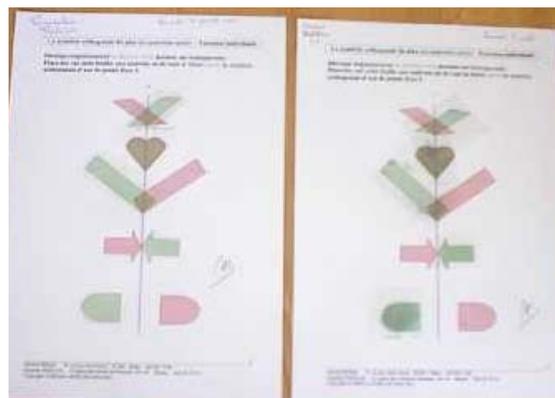
- Symétries orthogonales (approche visuelle)
- Premières caractéristiques liées aux symétries orthogonales (retournement - inversion de l'orientation - droite de points fixes - "perpendiculaires - mêmes distances")

**"Figures vertes = images des figures rouges par la symétrie orthogonale plane d'axe bleu"**



*A propos des symétries orthogonales planes et du pliage, voir les remarques en fin de programme de quatrième année primaire.*

- Image d'un point par une symétrie orthogonale donnée
- Positionnements approximatifs de figures (sur transparents) par des symétries orthogonales données



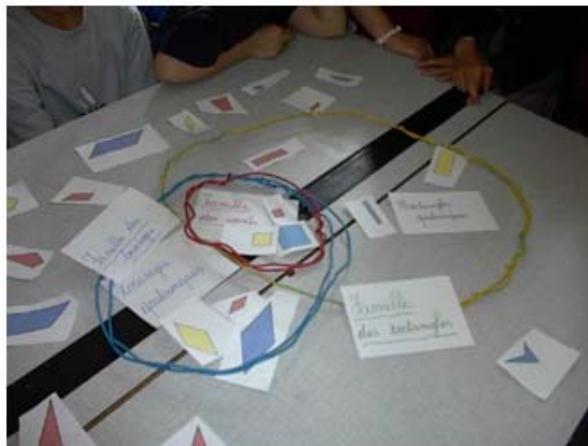
- Détermination de symétries orthogonales qui superposent les figures à elles-mêmes (carrés, losanges quelconques, rectangles quelconques, parallélogrammes quelconques, cercles ...)
- Axes de symétrie (médianes et diagonales de quadrilatères - autres figures)
- Exercices individuels.

## Thème 10 – Les familles de quadrilatères

*Il s'agit de prolonger l'approche réalisée en troisième année primaire.*

### 1. La famille des carrés

- La famille des carrés (nombre et type)
- Caractéristiques communes associées à tous les membres de la famille des carrés (côtés, angles, parallélisme, types de déplacements qui superposent les carrés à eux-mêmes; types de retournements qui superposent les carrés à eux-mêmes)



### 2. La famille des rectangles

- La famille des rectangles nombre et types de rectangles
- Caractéristiques communes associées à tous les membres de la famille des rectangles (côtés, angles, parallélisme, types de déplacements qui superposent les rectangles à eux-mêmes; types de retournements qui superposent les rectangles à eux-mêmes)



### 3. La famille des losanges

- La famille des losanges (nombre et types de losanges)
- Caractéristiques communes associées à tous les membres de la famille des losanges (côtés, angles, parallélisme, types de déplacements qui superposent les losanges à eux-mêmes; types de retournements qui superposent les losanges à eux-mêmes)



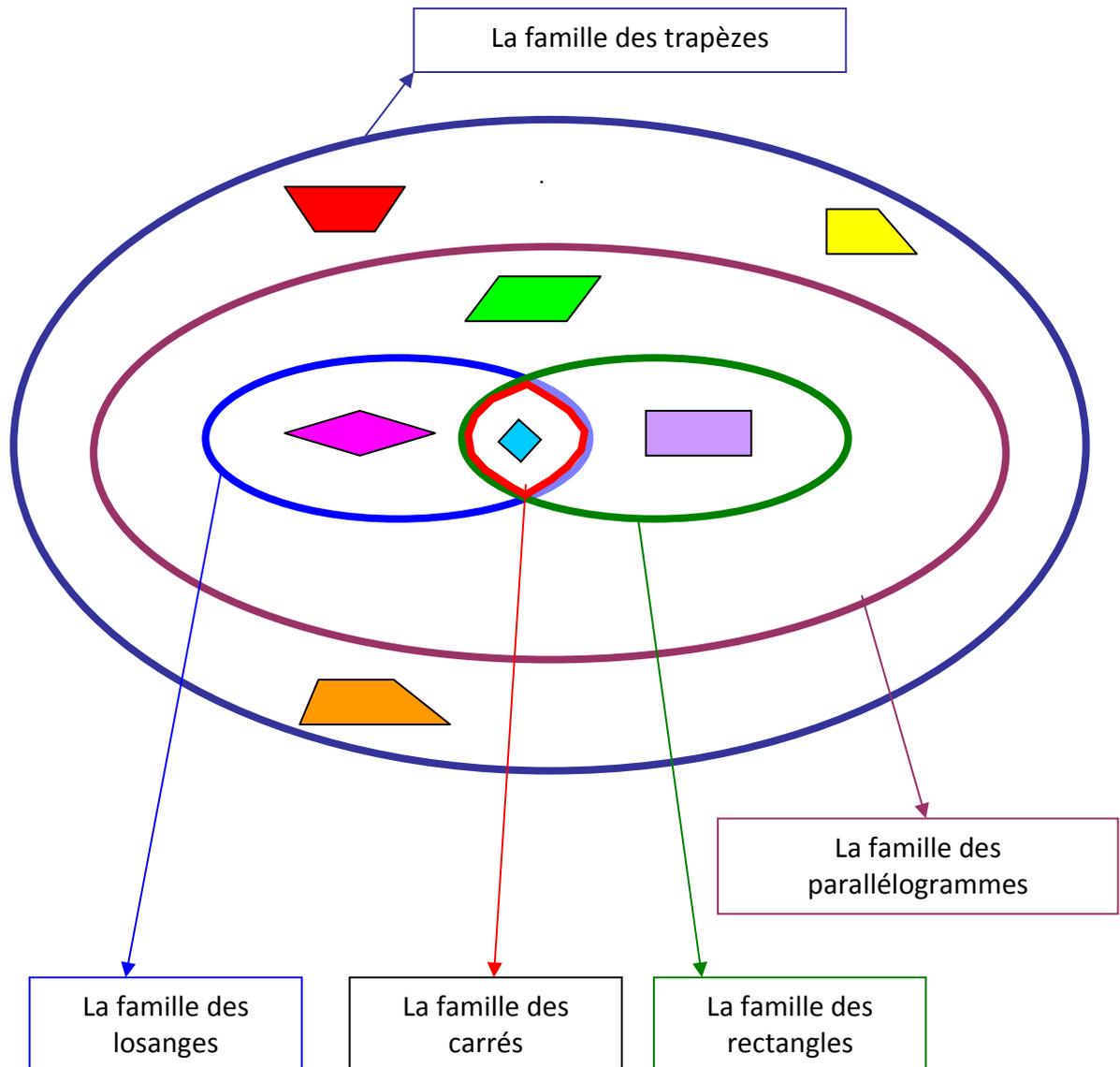
### 4. La famille des parallélogrammes

- La famille des parallélogrammes (nombre et types de parallélogrammes)
- Caractéristiques communes associées à tous les membres de la famille des parallélogrammes (côtés, angles, parallélisme, types de déplacements qui superposent les parallélogrammes à eux-mêmes; types de retournements qui superposent les parallélogrammes à eux-mêmes)



## 5. La famille des trapèzes

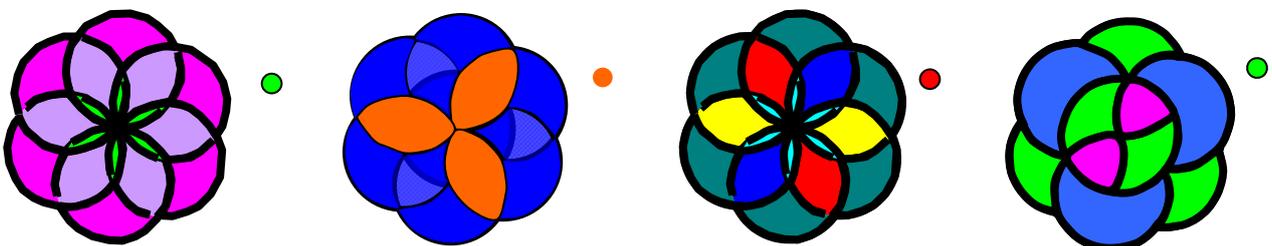
- La famille des trapèzes (nombre et types)



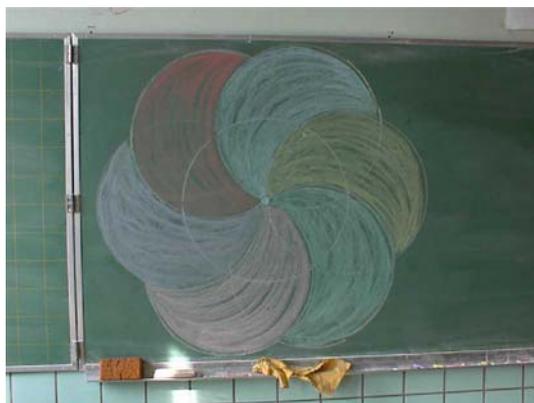
- Caractéristiques communes associées à tous les membres de la famille des trapèzes (côtés, angles, parallélisme, types de déplacements qui superposent les trapèzes à eux-mêmes; types de retournements qui superposent les trapèzes à eux-mêmes).

## Thème 11 – Les rosaces

- Rechercher les rotations qui superposent des rosaces à elles-mêmes



- Colorer des rosaces en tenant compte des contraintes imposées
- Construire, aux instruments, des rosaces d'après des procédés imposés
- Créer des rosaces différentes par le choix et la régularité des coloriages



## A propos des symétries orthogonales planes et du pliage

La notion de pliage est devenue un concept fondamental en sciences méritant un développement plus important en didactique mathématique.

En effet, le pliage est lié aux théories<sup>1</sup> se rapportant aux origamis, aux airbags, aux lentilles de télescopes spatiaux, aux protéines, aux immeubles de Jacques TITS...

Néanmoins et bien que en relation avec les symétries orthogonales planes, nous attirons l'attention sur le fait que le simple pliage d'une feuille de papier n'est pas, à nos yeux, le premier modèle concret à utiliser pour illustrer la notion de symétrie orthogonale dans le plan.

En effet, le simple pliage d'une feuille de papier ne permute pas en même temps les deux demi-plans déterminés par la droite de points fixes de la symétrie orthogonale. Le pliage d'une feuille de papier n'applique pas toujours une droite sur une droite; toujours un segment sur un segment; une diagonale d'un rectangle sur l'autre diagonale de ce rectangle lorsque la droite de points fixes de la symétrie orthogonale est une des deux médianes de ce rectangle...

Bref, pour la Géométrie élémentaire des Transformations, le simple pliage d'une feuille de papier ne permet pas aux enfants d'observer que certaines figures sont superposables à elles-mêmes par symétrie orthogonale plane; ni de se constituer une image mentale correcte des notions conservées par ce type de transformations. Or, ces notions sont fondamentales pour comprendre la structure des figures en géométrie actuelle.

Pour pallier à cet inconvénient, nous "retournons" un transparent qui "recouvre toute la feuille de papier sensée représenter un plan". Cet "outil" permet alors de montrer:

- la permutation simultanée des deux demi-plans situés de part et d'autre de la droite définissant la symétrie orthogonale plane;
- que l'image de toute droite est une droite;
- que l'image de tout angle est un angle;
- que l'image de tout cercle est un cercle;
- que l'image de tout segment est un segment;
- ⋮
- que tout rectangle est superposable à lui-même par au moins deux symétries orthogonales planes;
- que des figures sont superposables à elles-mêmes par symétrie orthogonale;
- ⋮

Ajoutons pour terminer, que la transformation "*simple pliage d'une feuille de papier*" est une transformation qui ne conserve pas les distances. Ce simple pliage ne modélise donc pas une symétrie orthogonale plane qui, elle, conserve les distances.

<sup>1</sup> Informations fournies par Francis BUEKENHOUT (U.L.B.)

# Géométrie des Transformations

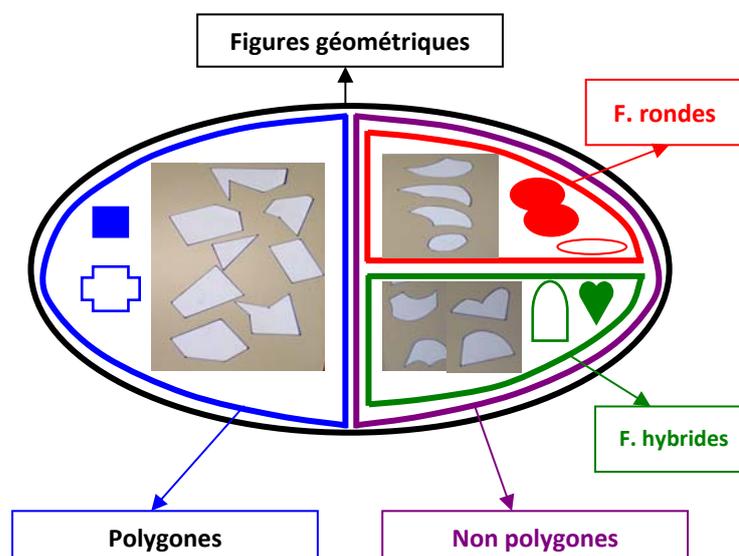
## Plan des activités de CINQUIÈME ANNÉE PRIMAIRE

### Thème 1 – Figures géométriques planes fermées

- Classements des figures géométriques en polygones, non-polygones (figures rondes, figures hybrides)
- Maîtrise des quantificateurs: "pour tout"; "il existe"
- Maîtrise de la conjonction "et"
- Négation orale d'un "pour tout", d'un "il existe" et de la conjonction "et"
- Représentations des classements sous forme de diagrammes
- Traçage de polygones en suivant la numérotation des sommets
- Création des trois types de figures géométriques



- Fixation de la relation existant entre le nombre de côtés, de sommets et d'angles des polygones
- Etablissement de la synthèse à retenir à propos des "définitions" et des remarques concernant les figures géométriques
- Exercices individuels

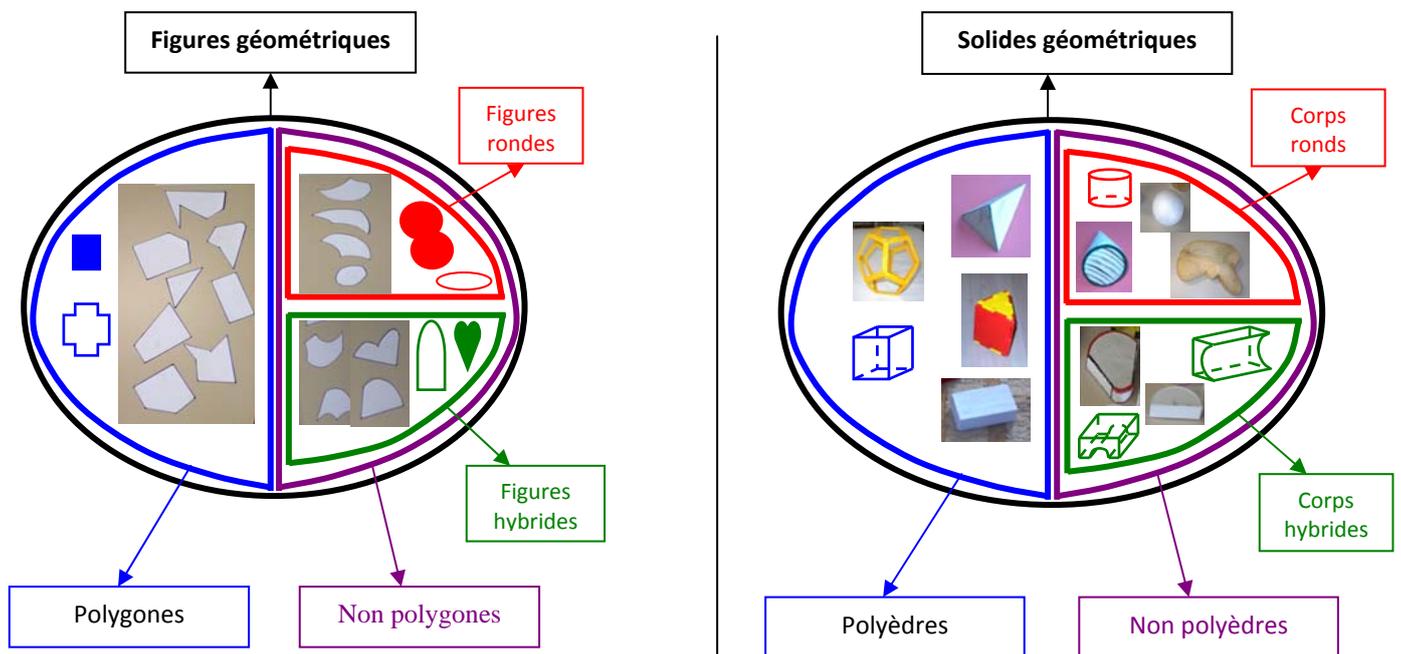


## Thème 2 – Solides géométriques

- Classement des solides géométriques, en fonction de la forme de leurs faces, en polyèdres et non-polyèdres (corps ronds, corps hybrides)



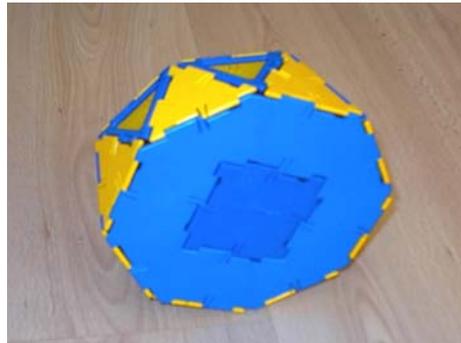
- Correspondance entre des solides géométriques, leurs photos prises sous des angles différents et leurs dessins en perspective cavalière
- Représentations du classement des solides géométriques sous forme de diagrammes
- Distinction de polygones et de polyèdres
- Etablissement de la correspondance existant entre des figures géométriques et des faces de solides
- Correspondance existant entre le classement des figures géométriques et le classement des solides géométriques



- Etablissement de la synthèse à retenir à propos des "définitions" et des remarques concernant les solides géométriques
- Dénombrement raisonné des faces de divers polyèdres: polyèdres platoniciens, deltaèdres, prismes et antiprismes, pyramides



Prisme



Antiprisme

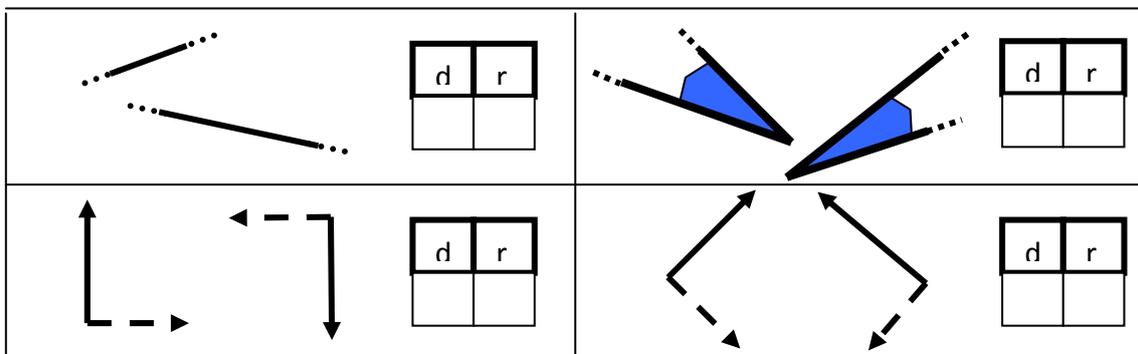
- Découverte de la généralisation du dénombrement des faces des prismes
- Découverte de la généralisation du dénombrement des faces des pyramides
- Sélection des polyèdres dont toutes les faces sont isométriques
- Parmi les polyèdres dont toutes les faces sont isométriques, recherche de ceux qui sont homogènes en leurs sommets (les polyèdres réguliers)
- Dénombrement raisonné des arêtes et des sommets des polyèdres réguliers, de prismes, d'antiprismes et de pyramides

### Thème 3 – Les transformations du plan

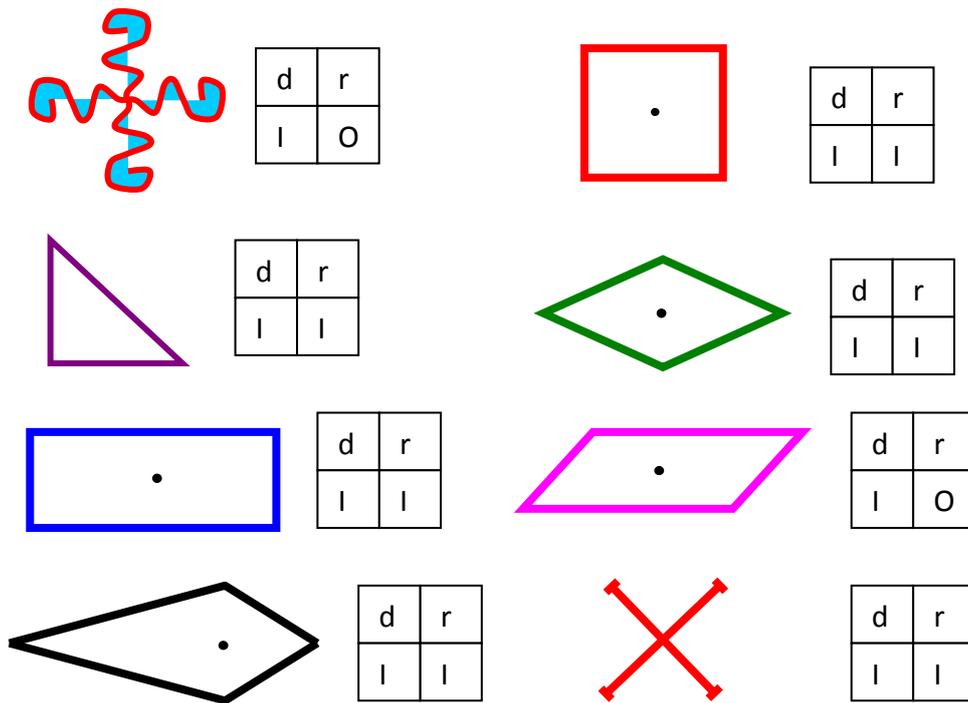
- Figures semblables ou proportionnelles (isométriques - agrandies - réduites)  
Figures déformées



- Déplacements et/ou retournements du plan



- Figures superposables à elles-mêmes par déplacement(s) et /ou par retournement(s) du plan



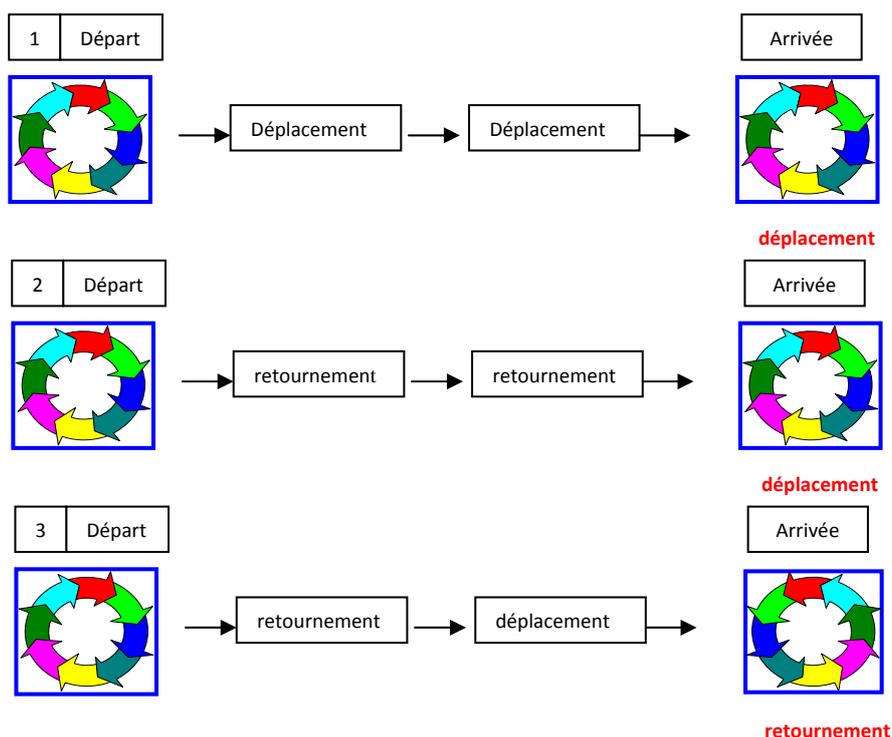
- Notions conservées par les déplacements et les retournements du plan

Les deux orientations du plan (rappel):

- sens horlogique et sens antihorlogique
- dessin d'une main gauche et dessin d'une main droite

Les premières notions conservées par un déplacement du plan et par un retournement du plan (comparer ce qui varie et ce qui ne varie pas)

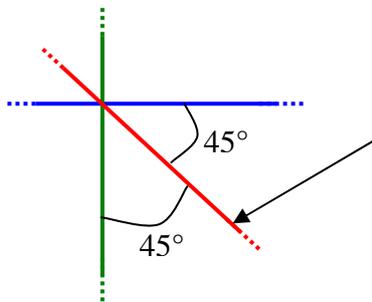
- Compositions (paires ou impaires) de déplacements et/ou de retournements du plan



## Thème 4 – Droites - Segments de droites

### 1. Droites

- Représentation de droites verticales; droites horizontales; droites obliques.
- Représentation d'une droite oblique inclinée à  $45^\circ$  par rapport à une droite horizontale (première notion de bissectrice)

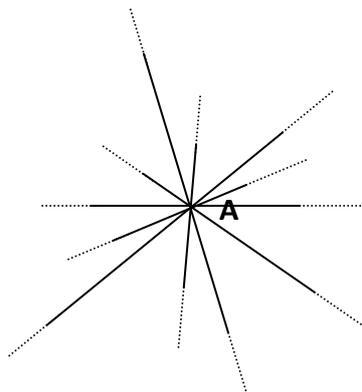


**Bissectrice:** droite qui divise un angle en deux angles de même amplitude.



### 2. Droites et points

- Tracer toutes les droites passant par un point donné.



#### Remarques:

- il existe une infinité de droites passant par un seul point et que toutes ces droites recouvrent tout le plan.
  - le plan est illimité dans toutes les directions.
- Faire tracer "toutes" les droites passant par deux points distincts.

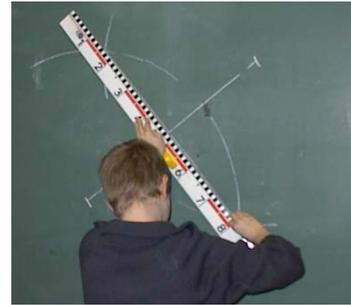
**Remarque:** Il passe une et une seule droite par deux points distincts

- Faire tracer toutes les droites passant par trois points distincts et distinguer les différents cas.
- Faire tracer toutes les droites passant par quatre points donnés et distinguer les différents cas.
- Faire rechercher comment on peut obtenir 7 points distincts alignés? 8? 10? et plus encore?

- Faire imaginer un point de l'espace et rechercher combien de droites passent par ce point de l'espace
- Découvrir qu'une infinité de droites passent par le point donné
- Découvrir qu'elles remplissent tout l'espace
- Faire imaginer deux points de l'espace et combien de droites passent par ces deux points de l'espace
- Découvrir qu'il ne passe qu'une et une seule droite par deux points de l'espace

### 3. Segments de droite

- Faire représenter un segment de droite  $[A B]$  et faire **remarquer**:
  - un segment de droite est limité dans les deux sens.
  - un segment de droite ne contient pas de trou, il est continu.
- Faire partager exactement un segment de droite en deux demi-segments de même longueur en utilisant le compas (première notion de médiatrice).
- Jeu du milieu (dans l'espace et dans le plan)

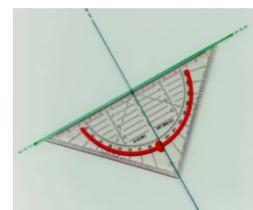
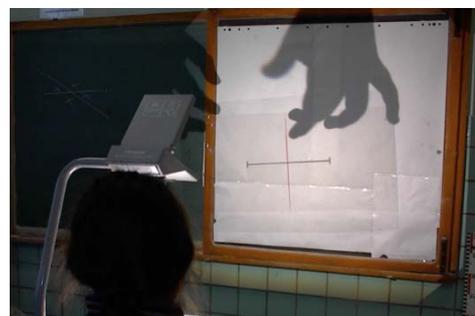


### 4. Exercices individuels

- Reconnaître des droites et des segments de droite; faire tracer des segments de droite de même longueur et des segments de droite de longueurs différentes imposées
- Faire partager exactement des segments de droite en deux demi-segments de même longueur, en utilisant le compas
- Sans latte, vérifier si des segments de droite sont de même longueur; s'ils sont superposables et comment (par déplacement et/ou par retournement)
- Vérifier si des droites sont superposables (par déplacement et/ou par retournement)

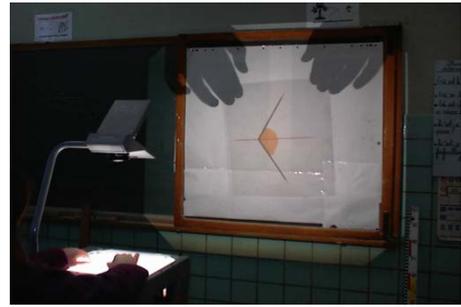
### 5. Positions relatives de deux droites dans le plan (et dans l'espace)

- Positions relatives de deux droites
- Droites parallèles à une droite; droites perpendiculaires à une droite
- Médiatrice d'un segment (tracer et définir)
- Combien de droites sont perpendiculaires à un segment? (une infinité)
- Combien de droites passent par le milieu d'un segment? (une infinité)
- Combien de droites perpendiculaires passent par le milieu d'un segment? (une seule: la médiatrice)
- Tracer des parallèles et des perpendiculaires à l'aide de l'équerre Aristo.



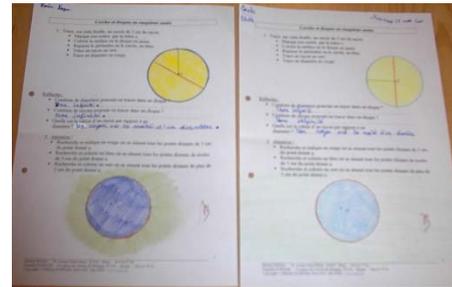
## Thème 5 – Les angles

- Définitions
- Types d'angles
- Angles superposables
- Raisonner à partir des angles
- Utilisation du rapporteur de l'équerre Aristo pour mesurer des angles; tracer des angles
- Bissectrice d'un angle (exercices d'application)



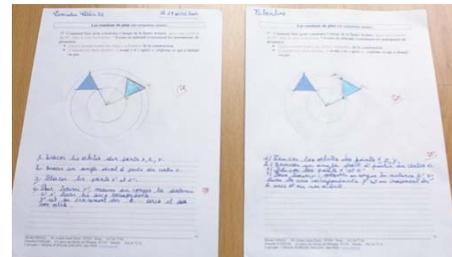
## Thème 6 – Cercles et disques

- Définitions: cercle, disque, corde, rayon, diamètre, centre
- Recherche et découverte de tous les points situés à une même distance d'une longueur imposée; de tous les points situés à une distance inférieure à une longueur imposée; de tous les points situés à une distance supérieure à une longueur imposée



## Thème 7 – Déplacement particulier du plan: Les rotations

- Rotations dans le sens horlogique ou antihorlogique
- Mesure d'angle d'une rotation
- Représentations (aux instruments) d'un modèle donné après une rotation imposée
- Recherche de l'orbite de points distincts
- Recherche de l'image d'une droite après une rotation de  $90^\circ$  (image perpendiculaire)
- Recherche de l'image d'une droite après une rotation de  $180^\circ$  (image parallèle)



## Thème 8 – Retournement particulier du plan: Les symétries orthogonales

(Notions conservées ou non conservées par les déplacements et par les retournements du plan)

- Par retournement du plan autour d'une droite de points fixes, comparaison des images: "avant" et "après"
- Représentation, aux instruments, de dessins après une symétrie orthogonale du plan
- Compositions de symétries orthogonales
- Ajuster la droite de points fixes d'une symétrie orthogonale de manière à ce qu'elle "devienne" l'axe de symétrie d'une figure géométrique
- Déterminer le milieu d'un segment



## Thème 9 – Médiannes et diagonales des quadrilatères

- Tracer les médianes et les diagonales des quadrilatères
- Rechercher quels sont les axes de symétrie des quadrilatères



## Thème 10 – Les frises

- Réalisation de frises du type: déplacements et symétries glissées
- Travail collectif puis travaux individuels



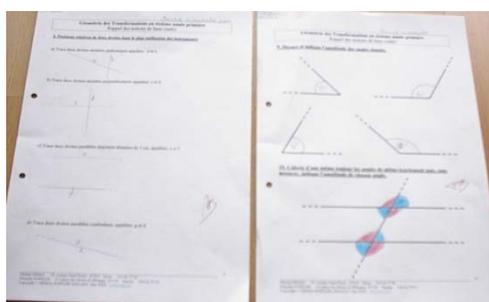
# Géométrie des Transformations

## Plan des activités de SIXIÈME ANNÉE PRIMAIRE

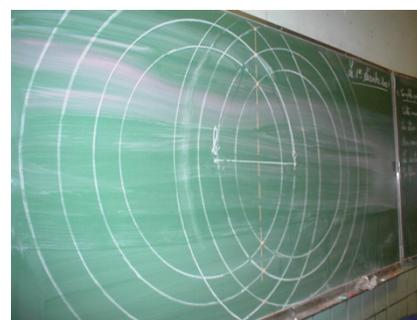
### Thème 1 – Remise en route générale

#### Rappel de:

- Figures déformées, non déformées, semblables, isométriques, isométriques déplacées, isométriques retournées
- Notions de quadrilatères superposables à eux-mêmes par déplacement et/ou par retournement.
- Notions de droite, demi-droite, segment de droite, positions possibles de droites dans le plan
- Positions relatives de deux droites dans le plan (droites sécantes quelconques, droites sécantes perpendiculaires, droites parallèles disjointes, droites parallèles confondues) - reconnaissance puis tracé aux instruments
- Droites perpendiculaires et droites parallèles (utilisation de l'équerre Aristo)

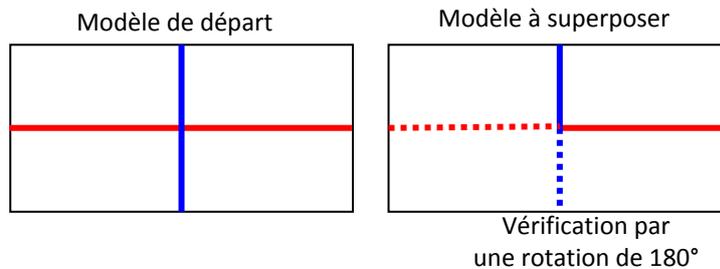


- Mesurer des angles donnés (aigus, obtus); tracer des angles d'amplitudes imposées (avec l'équerre Aristo); calculer l'amplitude d'angles complémentaires et d'angles supplémentaires.
- Figures superposables à elles-mêmes (ou recherche des automorphismes): droites, segments de droites, droites orientées, droites sécantes, droites parallèles, angles, figures "non géométriques", figures géométriques (surtout les quadrilatères), dessins orientés (cercles orientés et dessins de mains)
- Recherche de symétries orthogonales possibles dans des figures (ou axes de symétrie de ces figures)
- Tracer les médianes des quadrilatères
- Tracer les diagonales des quadrilatères
- Recherche de tous les points situés à une distance donnée d'un point
- Recherche de tous les points situés à une distance donnée de deux points distincts (médiatrice d'un segment)
- Recherche de l'orbite d'un point dans un carré, par les automorphismes du carré (ses rotations et ses symétries orthogonales)



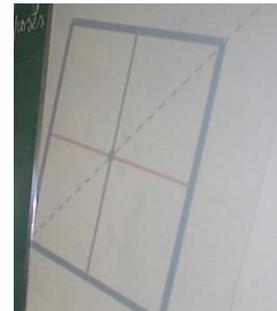
## Thème 2 – Droites - Segments de droites

- Droites
- Positions relatives de deux droites: parallélisme et perpendicularité
- Segments de droites
- Milieu d'un segment de droite
- Segments de droite se coupant en leur milieu



## Thème 3 – Propriétés des médianes et des diagonales des quadrilatères

- Des carrés
- Des rectangles quelconques
- Des losanges quelconques
- Des parallélogrammes quelconques
- Des trapèzes quelconques
- Des quadrilatères quelconques du type: cerfs-volants
- De tous les quadrilatères repris ensuite "famille par famille"



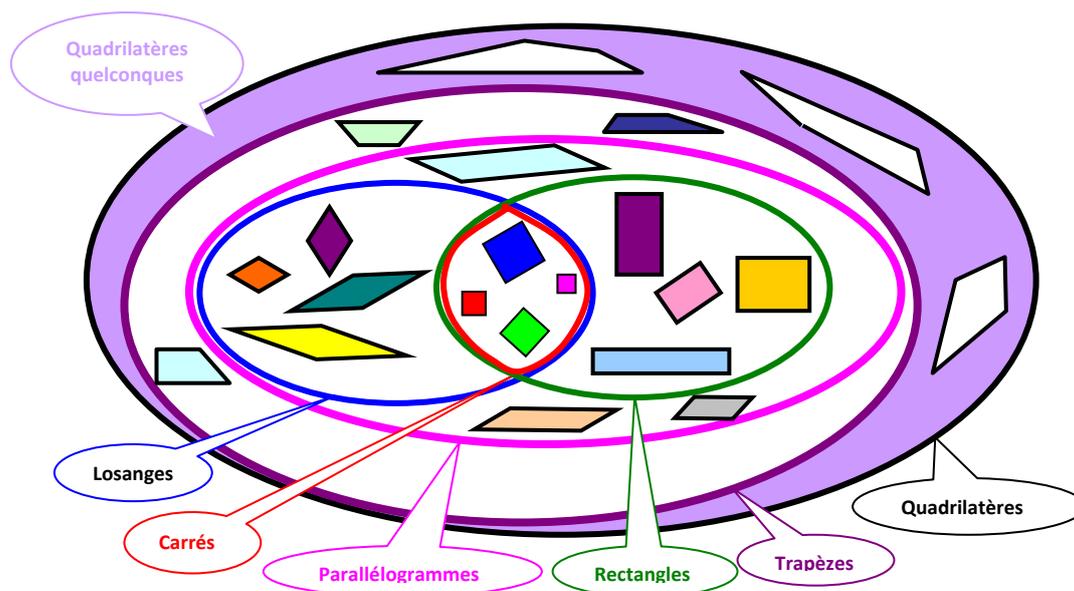
- Sont-elles de même longueur?
- Se coupent-elles en leur milieu?
- Sont-elles perpendiculaires?
- Sont-elles des axes de symétrie ?  
(Vérification à l'aide des transformations)

- Exercices de réinvestissements et prolongements; exemples
- Connaissant les caractéristiques des diagonales, reconnaître les quadrilatères correspondants.
- Construire des parallélogrammes connaissant la longueur d'un côté, l'amplitude d'un angle et la longueur d'une diagonale.



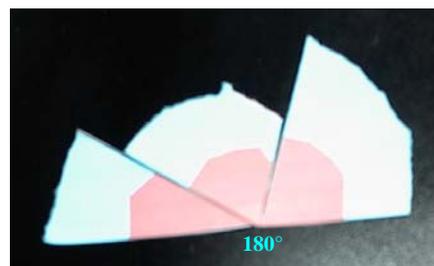
## Thème 4 – Classement des quadrilatères (convexes) - Famille par famille

- La famille des carrés
- La famille des losanges
- La famille des rectangles
- La famille des parallélogrammes
- La famille des trapèzes
- La famille des quadrilatères quelconques
- Rappel et mise au point pour chaque famille
  - Quelles sont leurs caractéristiques?
  - Combien en existe-t-il?
  - Sont-ils tous semblables? - Détermination des différents types existants.
  - Quelles sont les transformations qui les superposent à eux-mêmes?
  - Quelles sont les qualités communes à tous les membres d'une même famille?
  - Représentations des familles.
- Elaboration de toutes les synthèses à retenir



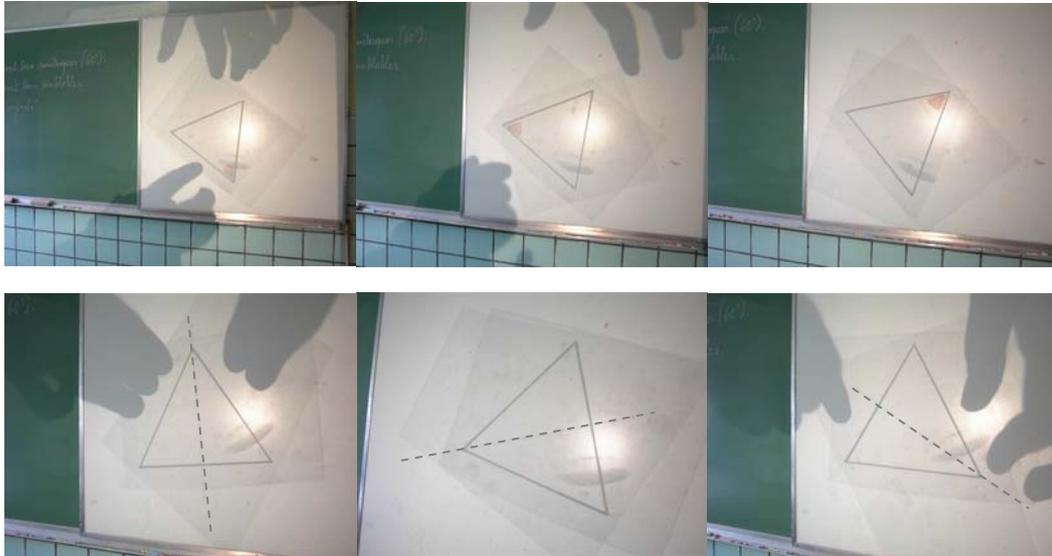
## Thème 5 – Classement des triangles

- Rappel ou (re)découverte de la somme des angles de tout triangle:
  - par le découpage et le collage
  - par le parallélisme (angles alternes/internes)
- Premier classement des triangles
  - en fonction de la longueur des côtés
  - en fonction de l'amplitude des angles
  - en fonction des deux critères suivants: "*longueur des côtés*" et "*amplitude des angles*"



- Différenciation des triangles: isocèles, équilatéraux, rectangles, rectangles isocèles, quelconques
- Recherche des transformations permettant de superposer chaque type de triangle à lui-même

Exemples:

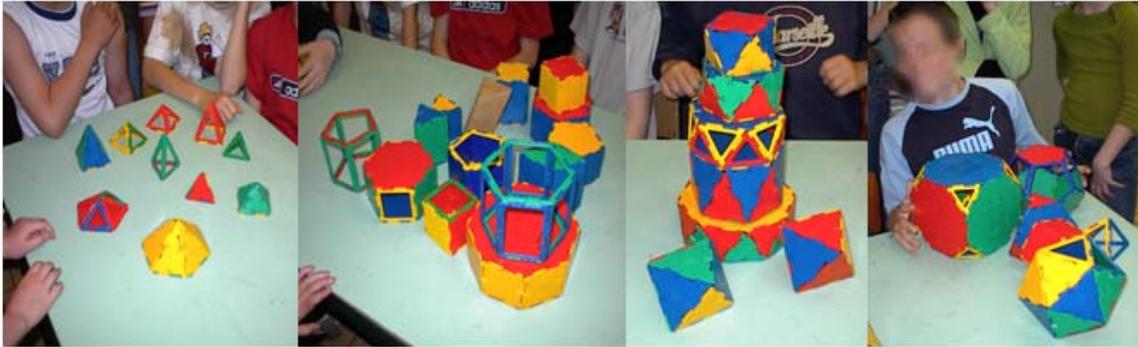


- Classement des triangles famille par famille
- Recherche des propriétés communes à tous les membres d'une même famille.
- Exercices de manipulations et exercices de réflexion:
  - Faisabilité de triangles (avec quelles longueurs de segments?)
  - Calcul d'angles en fonction du type de triangle
- Problèmes de réinvestissement des acquis nécessitant l'argumentation:
  - "Qu'est-ce que je " reçois" dans l'énoncé du problème? "
  - "Qu'est-ce que je cherche?"
  - "De quelles connaissances dois-je me servir?" - argumentation et vérification
- Achever des constructions données, au départ d'angles et en tenant compte du type de triangles
- Constructions imposées:
  - au compas
  - au départ du rapporteur de l'équerre Aristo

## **Thème 6 – Figures géométriques et solides géométriques**

- Rappel des définitions et du classement des figures géométriques: polygones - figures hybrides - figures rondes
- Première approche de polygones convexes réguliers
- Rappel du classement des polyèdres en fonction de la régularité des faces et de l'homogénéité des sommets

- Différenciation de pyramides - prismes - antiprismes - autres



Pyramides

Prismes

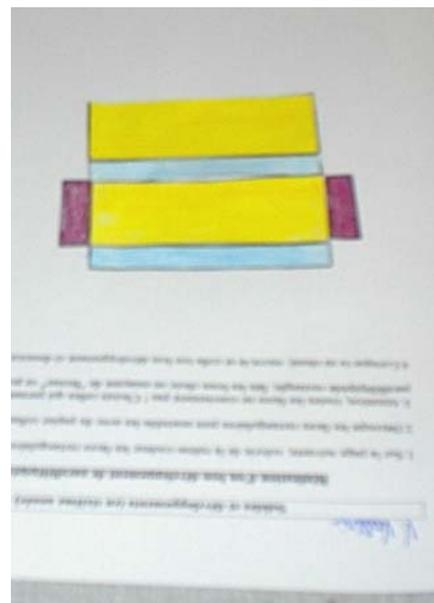
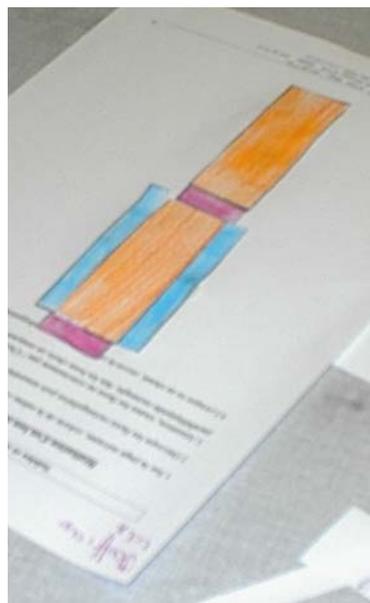
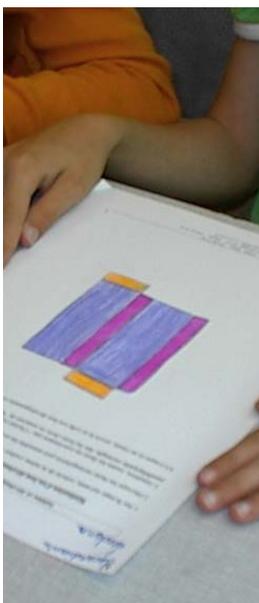
Antiprismes

Autres polyèdres

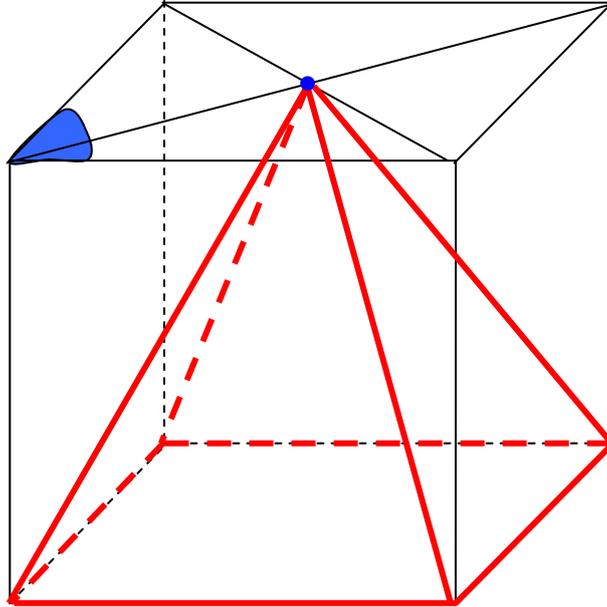
- Dénombrement des faces de polyèdres
- Rappel du calcul des faces, des arêtes et des sommets de polyèdres à faces régulières et homogènes en leurs sommets
- A l'aide du matériel POLYDRON, rechercher les 11 développements du cube



- Dans les 11 développements, colorier d'une même couleur, les faces parallèles
- Associer des développements de solides à leur représentation en perspective cavalière
- Par manipulations, reconstituer le développement d'un parallélépipède rectangle

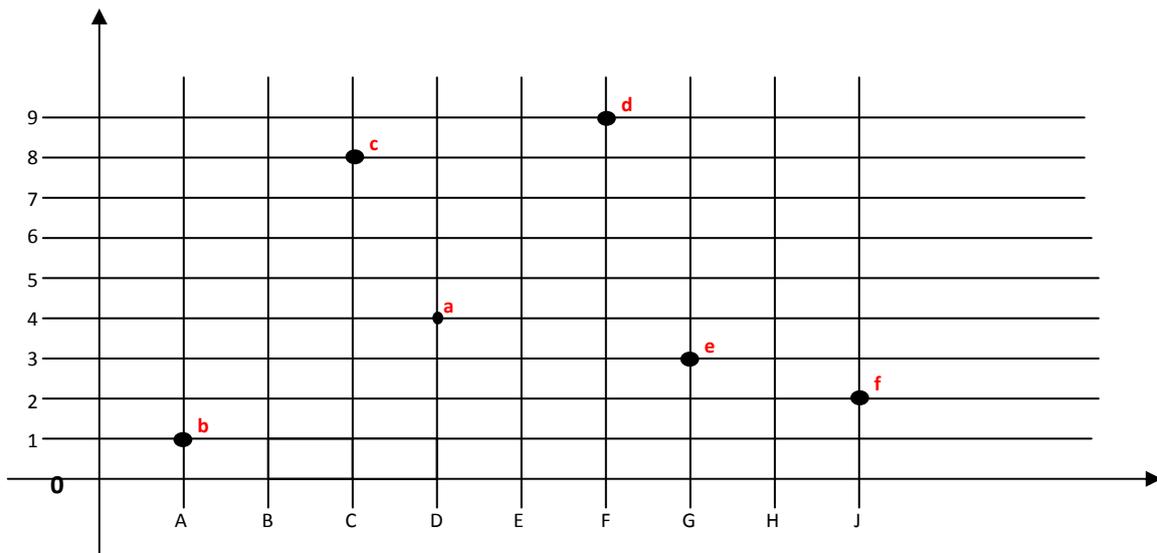


- Tracer aux instruments un développement de parallélépipède rectangle
- Représenter un cube en perspective cavalière
- Représenter un cube et une pyramide dans un cube (en perspective cavalière)
- Repérer la hauteur d'une pyramide



### Thème 7 – Repérage de points dans un système d'axes

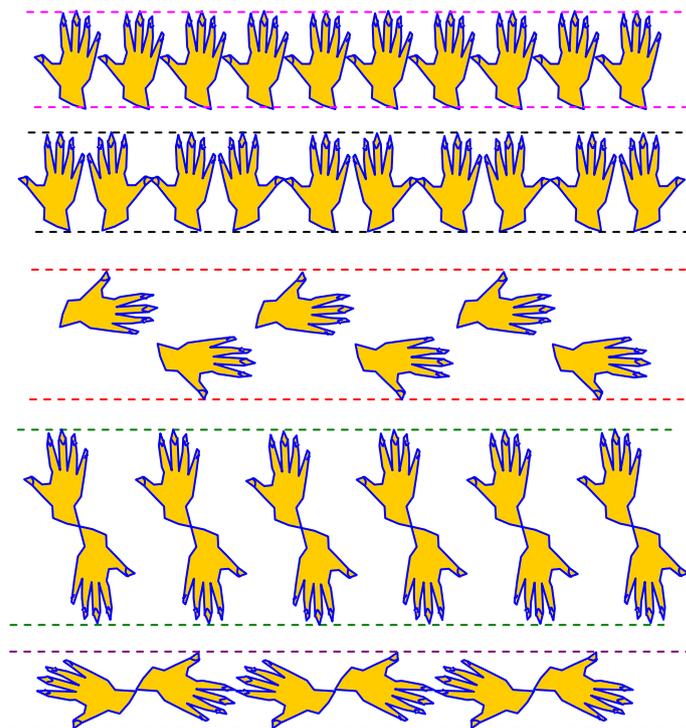
- Sur un modèle donné et en se servant des axes horizontal et vertical, donner les coordonnées de quelques points imposés



- Les coordonnées de quelques points sont données, situer ces points dans un système d'axes

## Thème 8 – Frises

- Réinvestissement des acquis: reconnaissance des types de frises donnés (à l'aide de dessins sur transparents et par superposition); soit:
  - Uniquement des translations (déplacements parallèles);
  - Des rotations (déplacements qui tournent autour de centres);
  - Des symétries orthogonales (retournements selon des axes de points fixes);
  - Des symétries glissées (symétries orthogonales + translations).
- Réalisation de frises individuelles selon des modèles imposés.

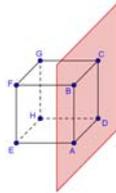


# Géométrie des Transformations

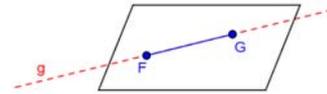
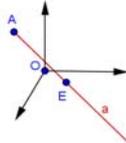
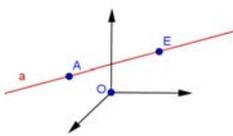
## Plan des activités de PREMIÈRE ANNÉE SECONDAIRE

### Thème 1 – Dans le plan et dans l'espace: droites, demi-droites, segments de droites et plans

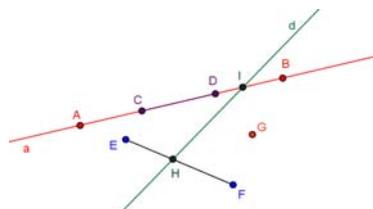
- Plans dans l'espace



- Droites, demi-droites et segments de droites dans le plan et dans l'espace



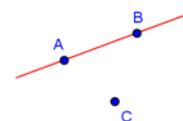
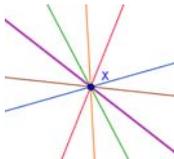
- Notations mathématiques:  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$ ,  $\not\subset$ ,  $\cup$  et  $\cap$



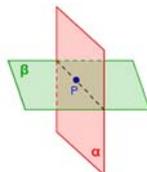
$[CD] \subset a$

$G \notin [EF]$

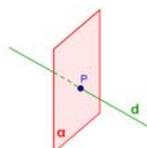
- Recherche du nombre de droites passant par 1, 2 ou 3 points



- Plans et points

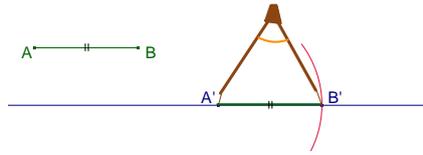


- Plans et droites

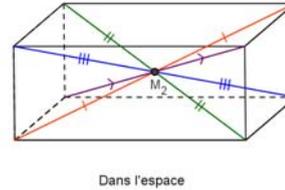
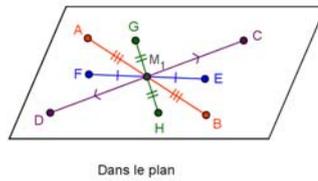


- Mesure de la longueur d'un segment de droite

- Report de la longueur d'un segment de droite



- Milieu d'un segment de droite - Segments de droites se coupant en leur milieu



## Thème 2 – Les transformations planes – Les figures planes déformées et les figures planes non-déformées (figures semblables)

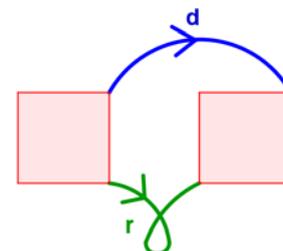
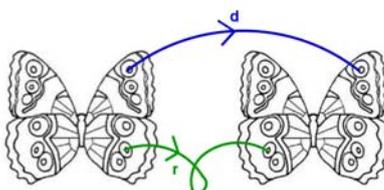
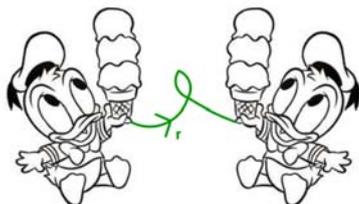
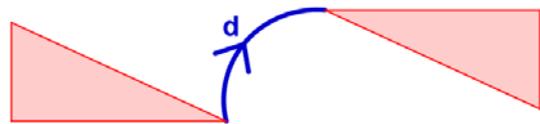
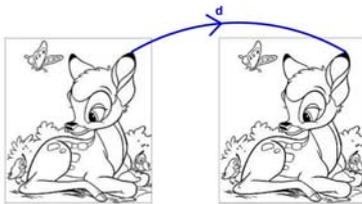
- Figures planes déformées et figures planes non déformées (figures semblables)



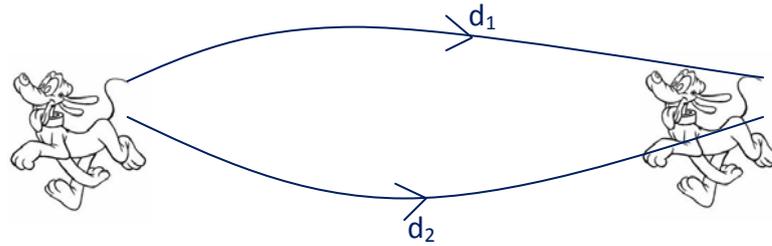
- Figures planes non déformées (figures semblables): figures planes agrandies, isométriques ou réduites



- Déplacements et retournements du plan



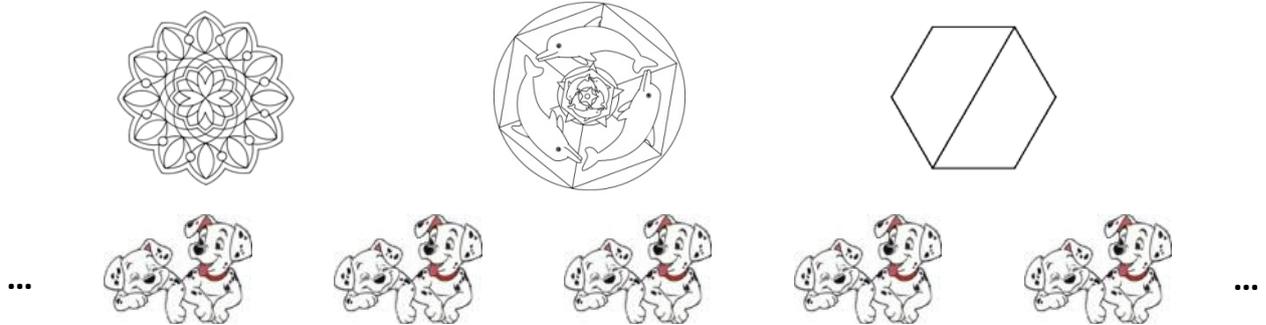
- Egalité de deux déplacements et égalité de deux retournements du plan



- Classement récapitulatif des figures planes après transformation(s) du plan

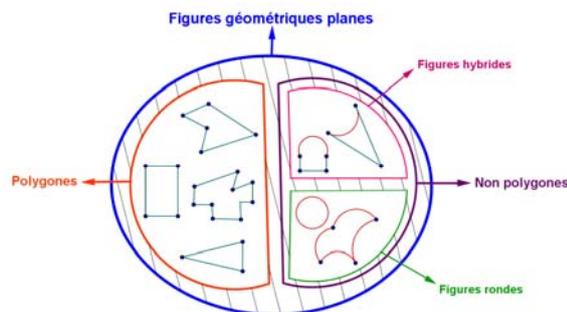


- Figures planes superposables à elles-mêmes par un déplacement et/ou par un retournement du plan (automorphismes)



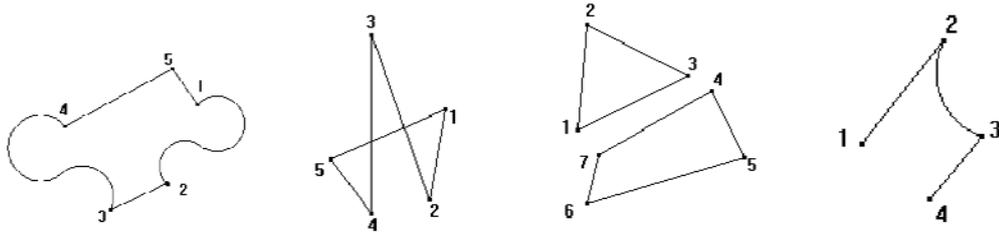
### Thème 3 – Les figures géométriques planes

- Vocabulaire lié aux figures
- Classement des figures géométriques planes - Polygones, non-polygones (figures rondes et figures hybrides)



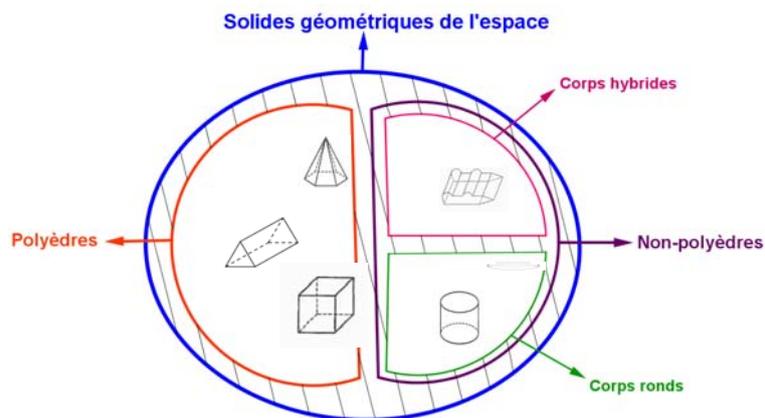
- Définitions

- Remarques à propos des figures géométriques

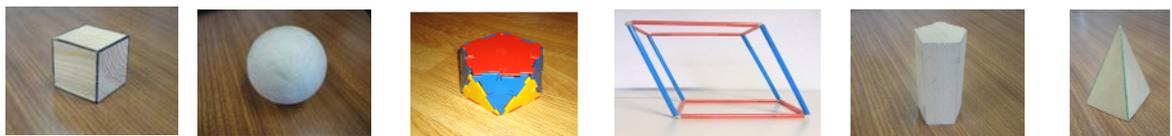


## Thème 4 – Les solides géométriques de l'espace

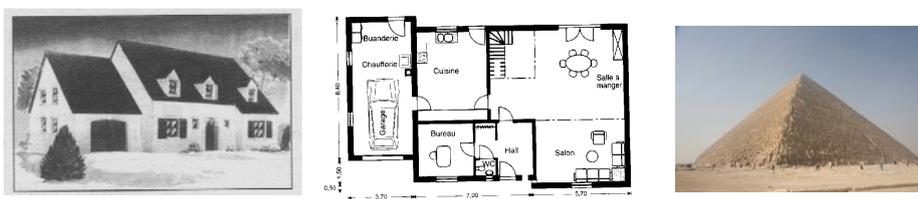
- Vocabulaire lié aux solides
- Classement des solides géométriques de l'espace - Polyèdres, non-polyèdres (corps ronds et corps hybrides)

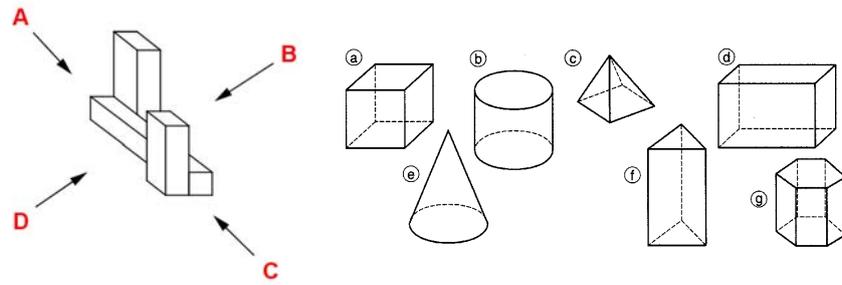


- Définitions
- Analogie entre le classement des figures géométriques planes et le classement des solides géométriques de l'espace
- Les différents types de solides géométriques de l'espace (cubes, parallépipèdes rectangles, prismes droits ou non droits, antiprismes, pyramides, cylindres, cônes, sphères)

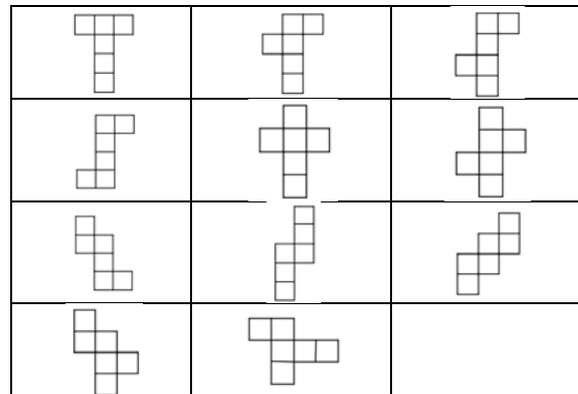
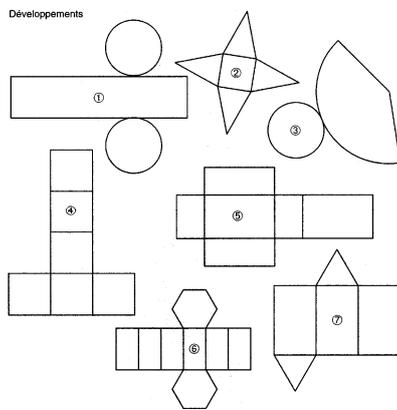


- Les solides et leurs différentes représentations planes (photos, plans, squelettes des solides, représentations en vues coordonnées).





- Les développements des solides géométriques de l'espace



- La formule d'Euler dans les polyèdres:  $F + S = A + 2$
- Fiche d'identité de quelques solides particuliers
- Dénombrement du nombre de faces, sommets et arêtes dans des pyramides dont la base est un n-gone et dans les prismes dont les bases sont des n-gones

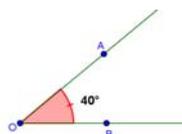


- Remarque à propos des polyèdres euclidiens convexes à faces régulières isométriques et des 5 platoniciens

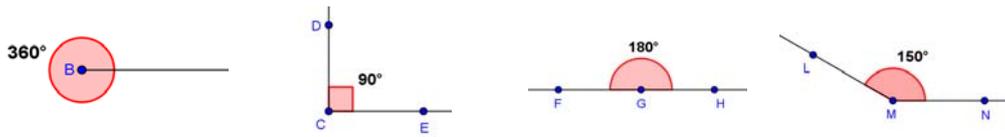


## Thème 5 – Les angles

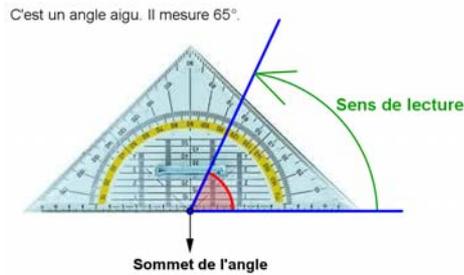
- Définition et notation



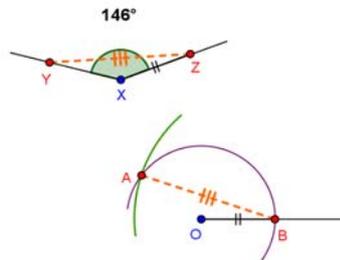
- Angles particuliers



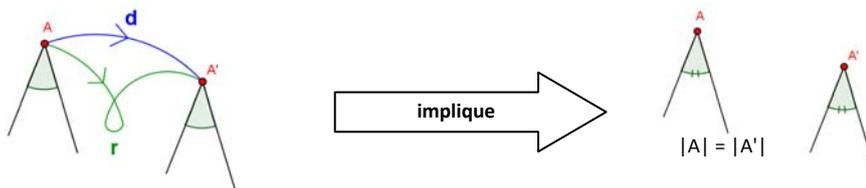
- Mesure de l'amplitude d'un angle



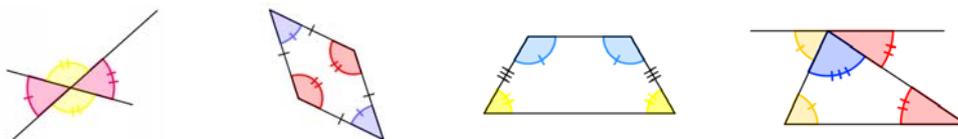
- Tracer un angle
- Report de la mesure d'un angle



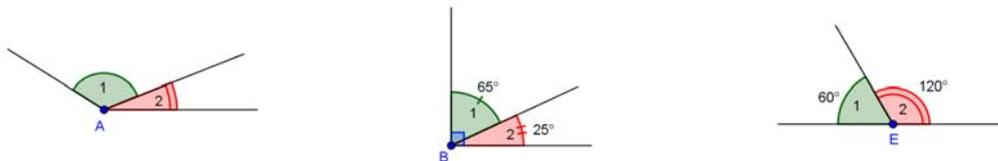
- Comparaison d'angles



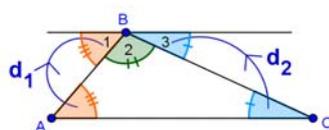
- Angles de même amplitude dans des figures planes



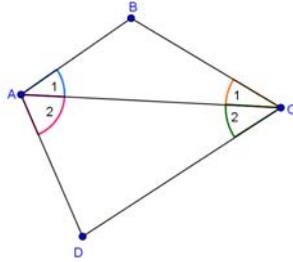
- Angles adjacents, angles complémentaires et angles supplémentaires



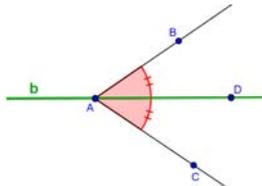
- Somme de l'amplitude des angles intérieurs d'un triangle



- Somme de l'amplitude des angles intérieurs d'un quadrilatère

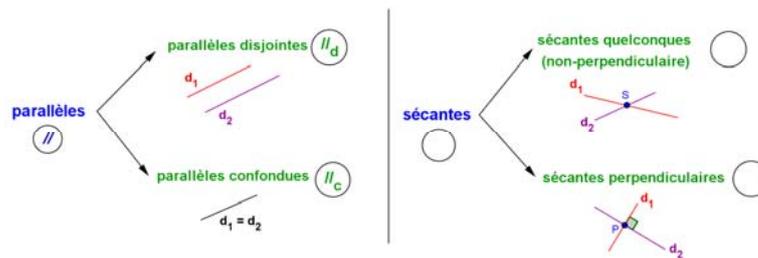


- Bissectrice d'un angle

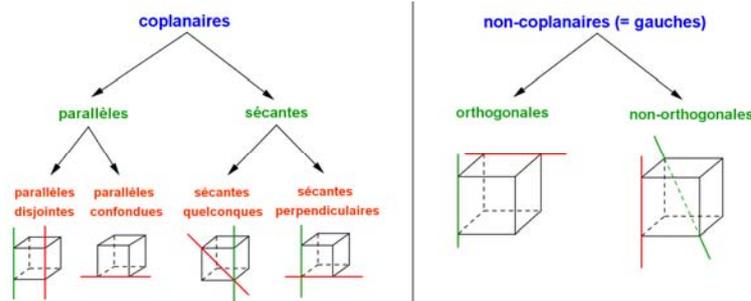


## Thème 6 – Les positions relatives de droites dans un plan et dans l'espace

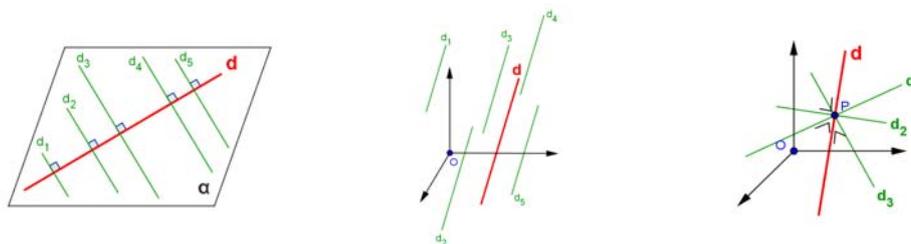
- Positions relatives de deux droites dans un plan



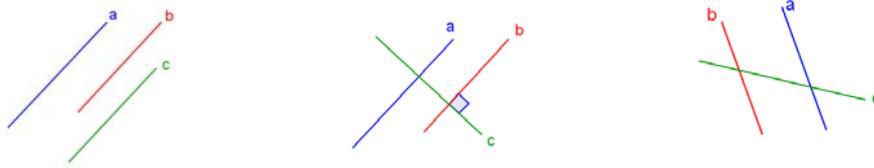
- Positions relatives de deux droites dans l'espace



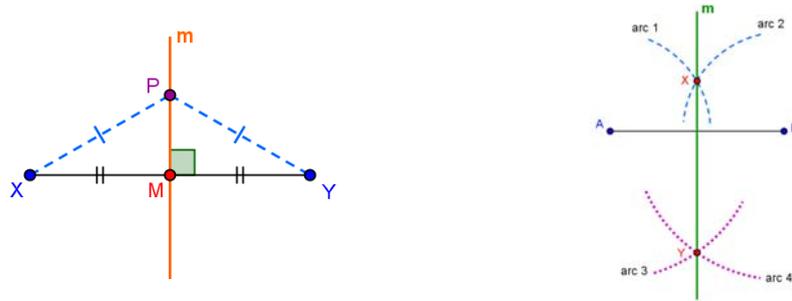
- Propriétés des droites parallèles, sécantes et perpendiculaires dans le plan et dans l'espace



- Propriétés des droites dans le plan



- Médiatrice d'un segment et propriété métrique de la médiatrice



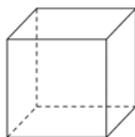
- Positions relatives de deux plans dans l'espace



- Positions relatives d'une droite et d'un plan dans l'espace



- La perspective cavalière



## Thème 7 – Les notions conservées par les déplacements et les retournements du plan

- Conservation de l'alignement, de la longueur d'un segment, de l'amplitude d'un angle, du parallélisme, de la perpendicularité, de la forme des figures, de la surface des figures et du milieu d'un segment.

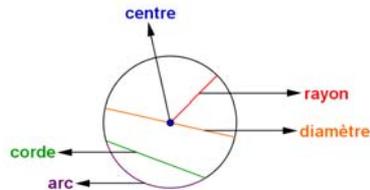


- Conservation ou non de l'orientation et du type de dessin de main



## Thème 8 – La famille des cercles et des disques

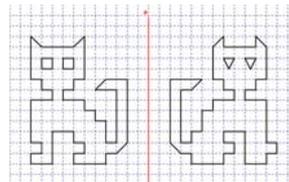
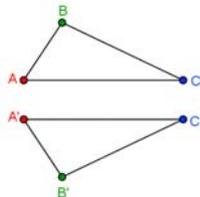
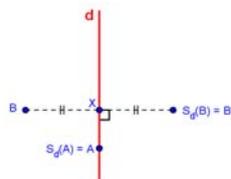
- Terminologie et définitions (cercle, disque, rayon, corde, diamètre, droite diamétrale)



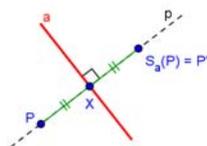
- Recherche de lieux géométriques et cercles
- Recherche du centre d'un cercle donné

## Thème 9 – Les symétries orthogonales dans un plan

- Définition et propriétés des symétries orthogonales du plan



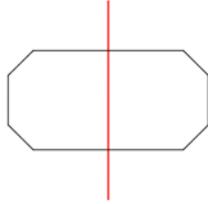
- Élément caractéristique qui détermine une symétrie orthogonale du plan
- Notions conservées par les symétries orthogonales du plan
- Construction de l'image d'un point par une symétrie orthogonale du plan donnée



- Recherche de l'axe d'une symétrie orthogonale du plan donnée connaissant une figure et son image par cette symétrie



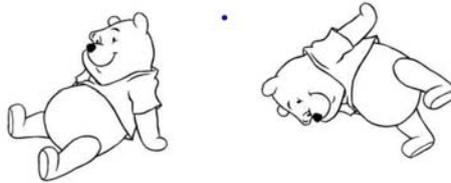
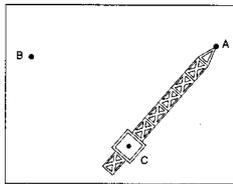
- Axe de symétrie d'une figure - Figures superposables à elles-mêmes



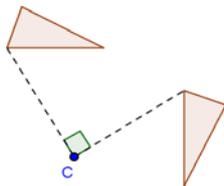
- Image d'une droite par une symétrie orthogonale du plan
- Effets des symétries orthogonales du plan sur les coordonnées de points dans un repère

## Thème 10 – Les rotations dans un plan

- Définition et propriétés des rotations du plan



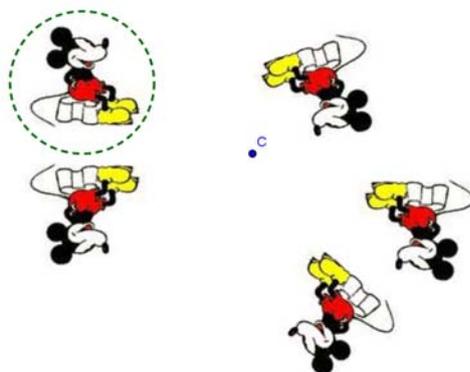
- Éléments caractéristiques qui déterminent une rotation du plan
- Notions conservées par les rotations du plan
- Construction de l'image d'un point par une rotation du plan donnée
- Recherche de l'amplitude d'une rotation du plan connaissant une figure et son image par cette rotation



- Image d'une droite par une rotation de  $90^\circ$  et par une rotation de  $180^\circ$

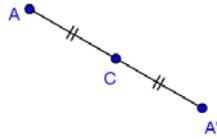
## Thème 11 – Les symétries centrales dans un plan

- Définition et propriétés des symétries centrales du plan

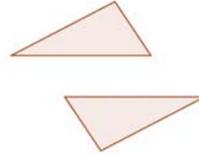


- Éléments caractéristiques qui déterminent une symétrie centrale
- Notions conservées par les symétries centrales

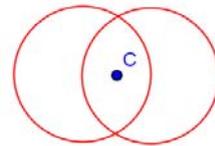
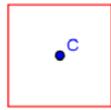
- Construction de l'image d'un point par une symétrie centrale donnée



- Recherche du centre d'une symétrie centrale connaissant une figure et son image par cette symétrie centrale



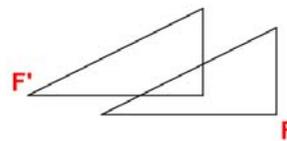
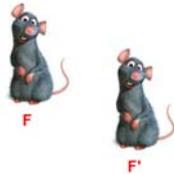
- Image d'une droite par une symétrie centrale
- Centre de symétrie d'une figure



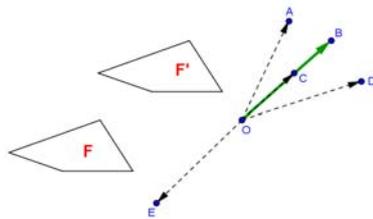
- Effets des symétries centrales sur les coordonnées de points dans un repère

## Thème 12 – Les translations dans un plan

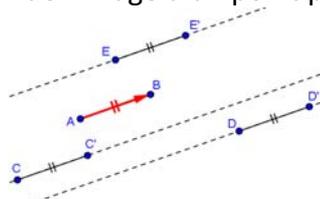
- Définition et propriétés des translations du plan



- Éléments caractéristiques qui déterminent une translation



- Notions conservées par les translations
- Construction de l'image d'un point par une translation donnée



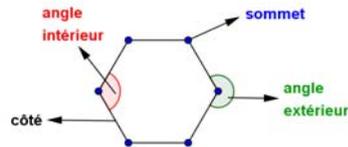
- Image d'une droite par une translation

## Thème 13 – Exercices récapitulatifs sur les isométries du plan

- Synthèse générale sur les isométries planes
- Exercices

## Thème 14 – La famille des polygones

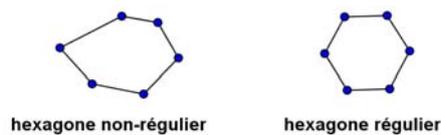
- Définition



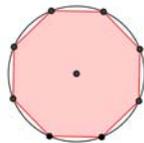
- Classement des polygones selon le nombre de côtés



- Classement des polygones: polygones réguliers et polygones non réguliers

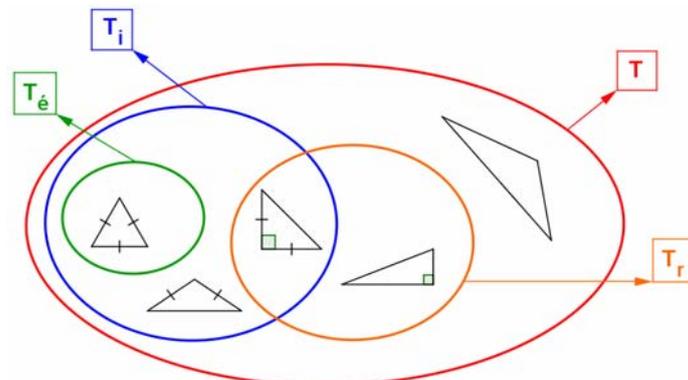


- Construction de polygones réguliers inscrits dans un cercle

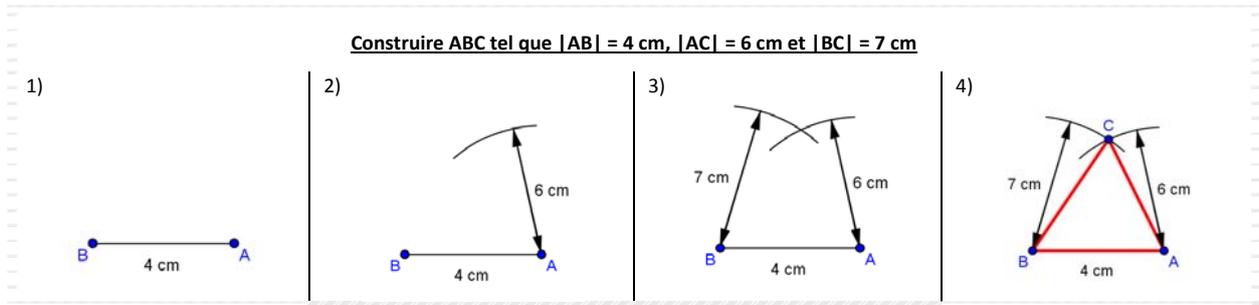


## Thème 15 – La famille des triangles

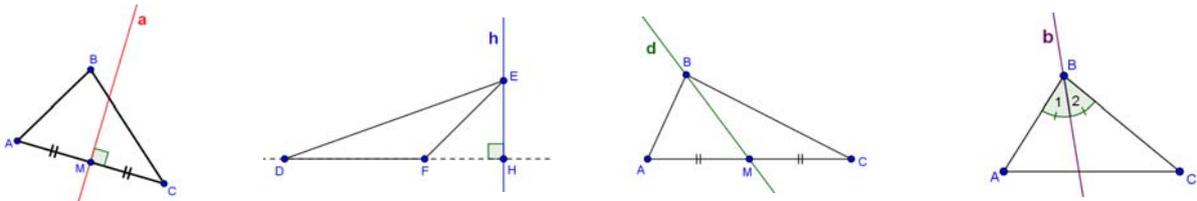
- Vocabulaire et définitions
- Classement des triangles selon le critère "longueurs des côtés"



- Propriétés des angles d'un triangle
- Construction de triangles

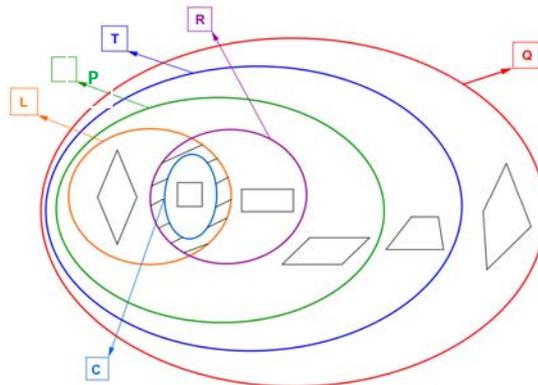


- Droites remarquables

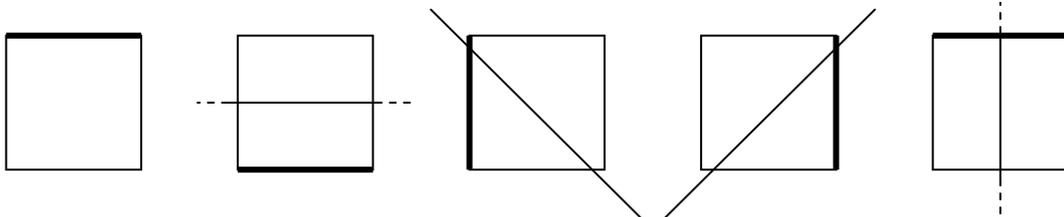


## Thème 16 – La famille des quadrilatères convexes

- Vocabulaire
- Classement des quadrilatères convexes

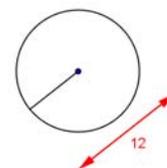
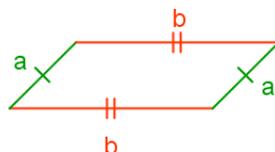
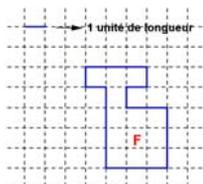


- Propriétés des diagonales et médianes
- Constructions de quadrilatères aux instruments
- Caractéristiques associées aux familles de quadrilatères convexes

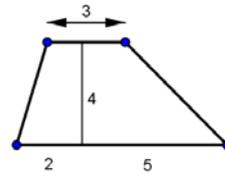
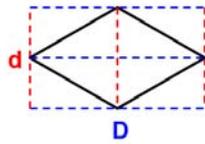
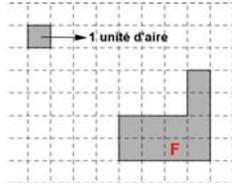


## Thème 17 – Périmètres, aires et volumes

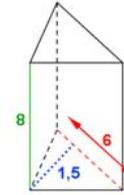
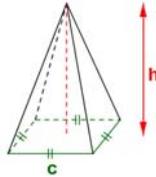
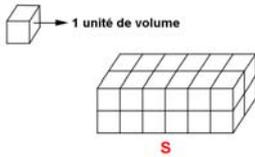
- Formules du périmètre des figures géométriques planes



- Formules d'aire des figures géométriques planes

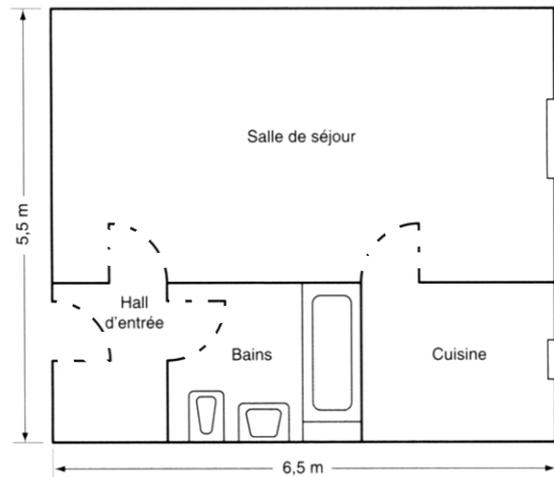


- Formules du volume de solides géométriques de l'espace

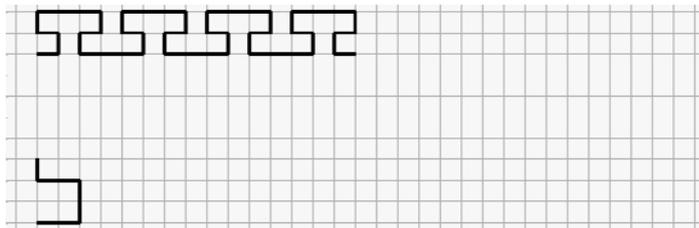


## Thème 18 – Les échelles

- Notion d'échelle et proportionnalité



- Constructions à l'échelle



- Recherche des dimensions réelles d'un objet

## Annexe – Fiches de construction aux instruments

- Report de la longueur d'un segment
- Tracer un cube en perspective cavalière

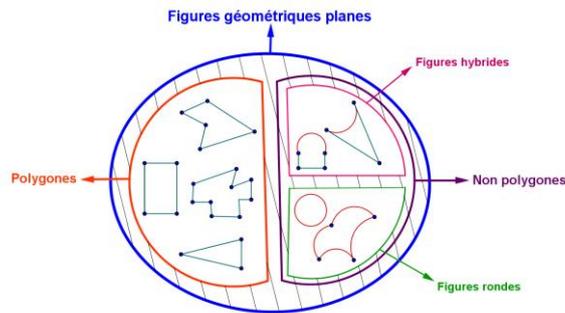
- Tracer un parallélépipède rectangle en perspective cavalière
- Report de l'amplitude d'un angle
- Tracer la bissectrice d'un angle
- Construction d'une droite parallèle à une autre passant par un point donné
- Construction d'une droite perpendiculaire à une autre passant par un point donné
- Tracer l'image d'un point par une symétrie orthogonale donnée
- Recherche de l'axe d'une symétrie orthogonale donnée connaissant une figure et son image par cette symétrie
- Construction de l'image d'un point par une rotation donnée
- Recherche de l'amplitude d'une rotation connaissant une figure et son image par cette rotation
- Construction de l'image d'un point par une symétrie centrale donnée
- Recherche du centre d'une symétrie centrale connaissant une figure et son image par cette symétrie centrale
- Construction de l'image d'un point par une translation donnée
- Image de droites par une translation
- Constructions aux instruments de triangles
- Constructions aux instruments de quadrilatères

# Géométrie des Transformations

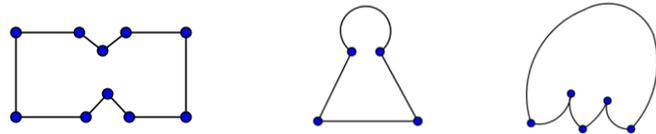
## Plan des activités de DEUXIÈME ANNÉE SECONDAIRE

### Thème 1 – Figures géométriques planes

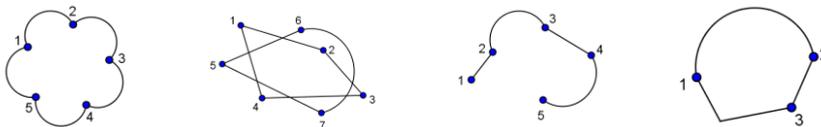
- Classement des figures géométriques planes



- Définition de "polygone"
- Définition de "non polygone"
- Définition de "figure hybride"
- Définition de "figure ronde"

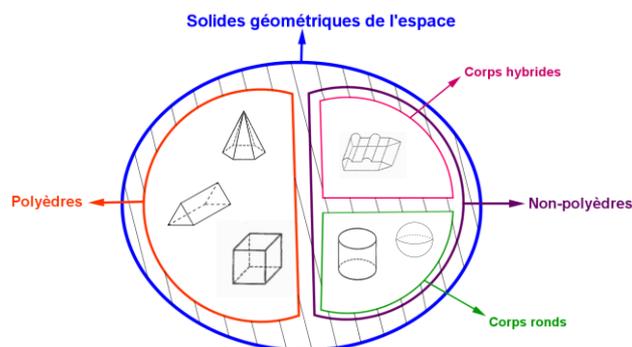


- Conditions pour être une figure géométrique

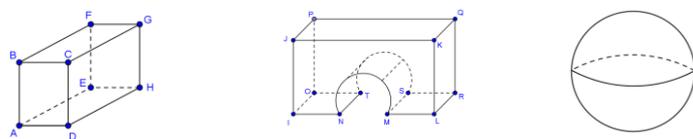


### Thème 2 – Solides géométriques de l'espace

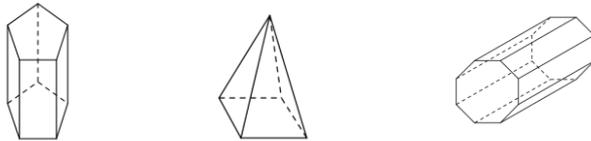
- Classement des solides géométriques de l'espace



- Définition de "polyèdre"
- Définition de "non polyèdre"
- Définition de "corps rond"
- Définition de "corps hybride"



- Nombre d'arêtes dans les polyèdres à faces isométriques
- Nombre de sommets dans les polyèdres à faces isométriques
- Nombre d'arêtes dans les polyèdres dont toutes les faces ne sont pas isométriques



### Thème 3 – Figures planes déformées/non déformées

- Figures planes déformées - Figures planes non déformées (semblables)



- Figures planes isométriques



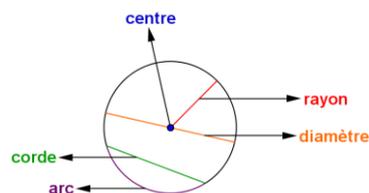
- Figures planes semblables: isométriques - agrandies - réduites



- Les six différents cas des figures semblables

### Thème 4 – Famille des cercles et des disques

- Définition de "cercle"
- Définition de "disque"
- Définition de "rayon"
- Définition de "corde"
- Définition de "diamètre"
- Définition de "droite diamétrale"

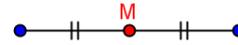
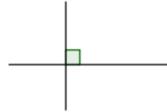
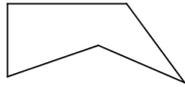


### Thème 5 – Transformations du plan

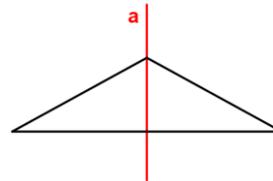
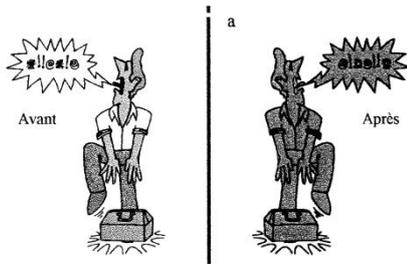
- Les types d'isométries planes



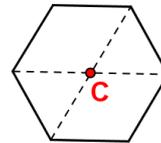
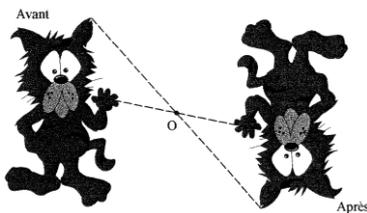
- Les notions conservées par les déplacements et les retournements du plan



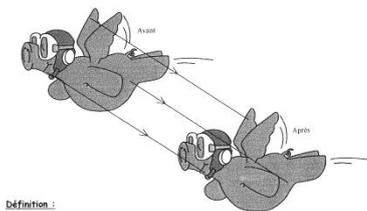
- Les symétries orthogonales planes:
  - définition
  - propriétés
  - axe de symétrie d'une figure plane



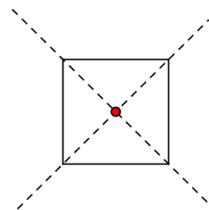
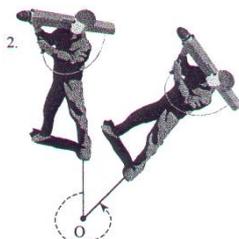
- Les symétries centrales planes:
  - définition
  - propriété
  - lien entre symétrie centrale plane et rotation plane
  - centre de symétrie d'une figure



- Les translations planes:
  - définition
  - propriété



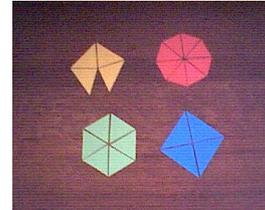
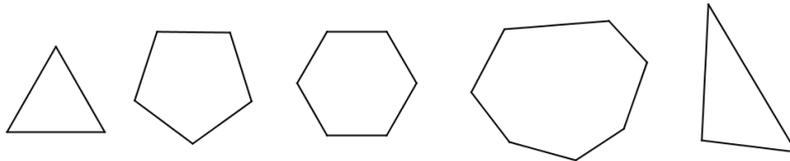
- Les rotations planes:
  - définition



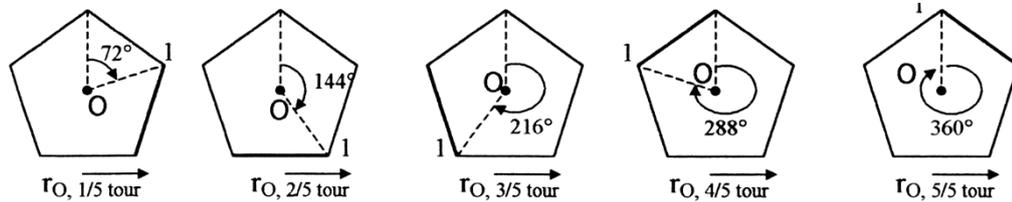
- Caractéristiques des isométries planes
- Points fixes et droites invariantes
- Constructions à l'économie

## Thème 6 – Polygones réguliers

- Définition de "polygone convexe régulier"
- Définition de "polygone convexe non régulier"

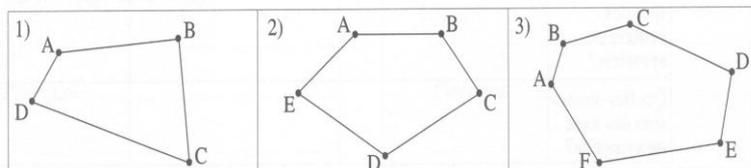
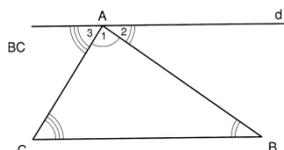
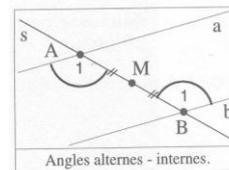
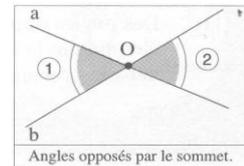
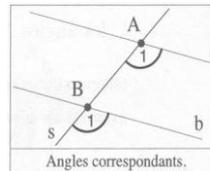


- Propriétés associées aux polygones convexes réguliers
- Polygones convexes réguliers et axes de symétrie
- Polygones convexes réguliers et centres de rotation



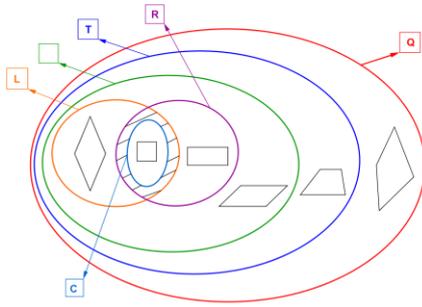
## Thème 7 – Angles

- Angles adjacents
- Angles complémentaires
- Angles supplémentaires
- Angles formés par deux droites sécantes:
  - angles opposés par le sommet
- Angles formés par deux droites coupées par une sécante
  - angles correspondants
  - angles alternes-internes
  - angles alternes-externes
- Angles d'un triangle
- Angles de polygones convexes

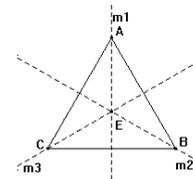
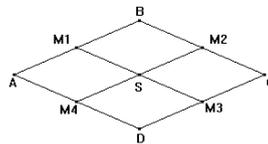
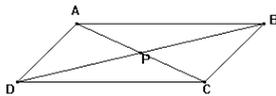


## Thème 8 – Quadrilatères convexes

- Classement des quadrilatères convexes



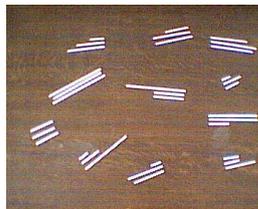
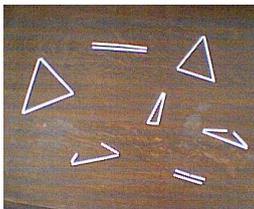
- Transformations qui laissent les quadrilatères invariants
- Transformations qui laissent les triangles invariants
- Propriétés associées aux diagonales des quadrilatères
- Propriétés associées aux médianes des quadrilatères



- Conditions nécessaires et suffisantes pour les quadrilatères convexes et les triangles
- Propriétés associées aux quadrilatères convexes et aux triangles

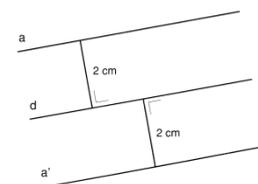
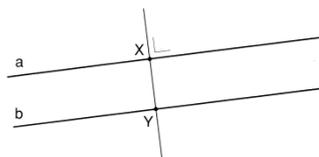
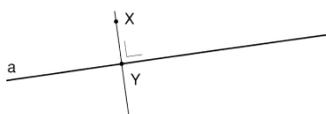
## Thème 9 – Inégalité triangulaire

- Inégalité triangulaire

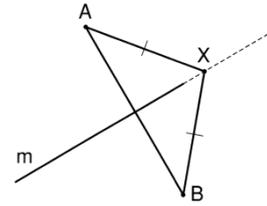
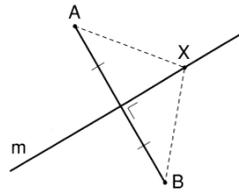
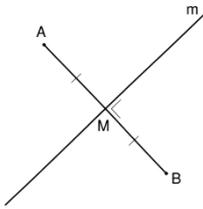


## Thème 10 – Notions de distance

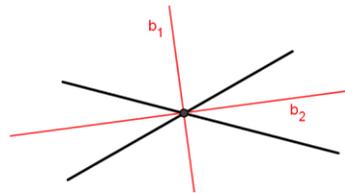
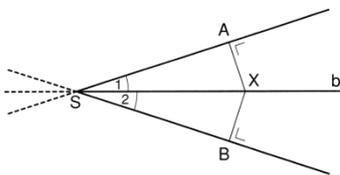
- Distance d'un point à une droite
- Distance entre deux droites parallèles
- Ensemble des points équidistants de deux droites parallèles



- Médiatrice d'un segment:
  - propriétés métriques
  - définitions
  - propriété de la médiatrice d'une corde

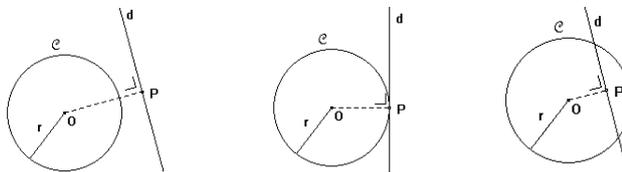


- Bissectrice d'un angle
  - propriétés métriques
  - définitions
- Bissectrices de deux droites sécantes

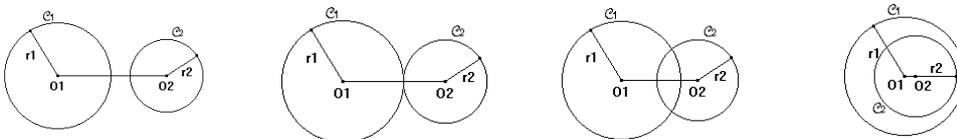


## Thème 11 – Droites et cercles

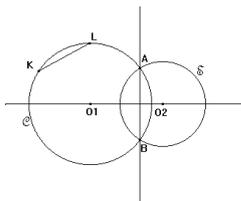
- Positions relatives d'une droite et d'un cercle



- Positions relatives de deux cercles

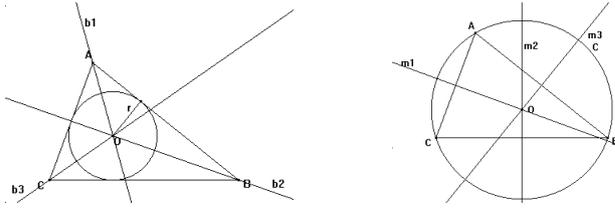


- Propriétés de la tangente en un point d'un cercle
- Propriété de la droite des centres de deux cercles sécants

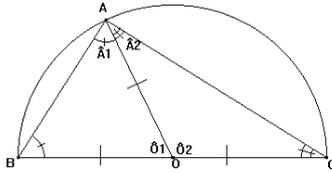


- Cercle circonscrit à un triangle

- Cercle inscrit à un triangle

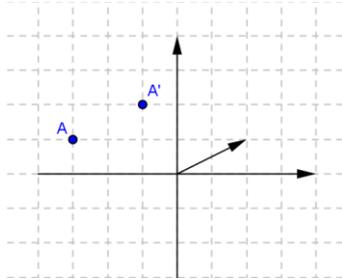


- Demi-cercle et triangle rectangle



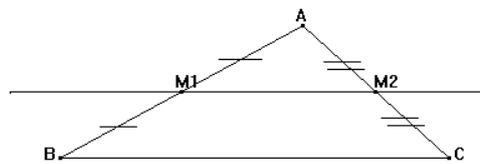
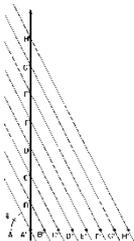
## Thème 12 – Transformations et coordonnées

- Effets de certaines transformations sur les coordonnées d'un point



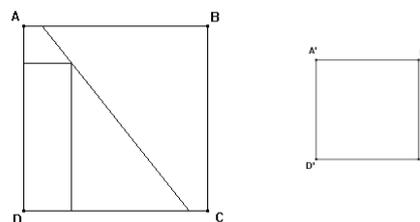
## Thème 13 – Projection parallèle

- Graduation
- Projection solaire - projection parallèle d'une droite graduée
- Théorème des milieux dans un triangle



## Thème 14 – Figures semblables

- Figures semblables et proportionnalité
- Figures semblables et angles
- Figures semblables et périmètre
- Figures semblables et surface

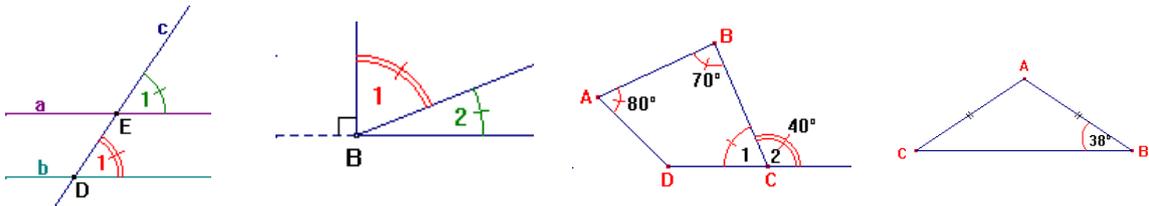


# Géométrie des Transformations

## Plan des activités de TROISIÈME ANNÉE SECONDAIRE

### Thème 1 – Angles

- Notion d'angle (rappel)



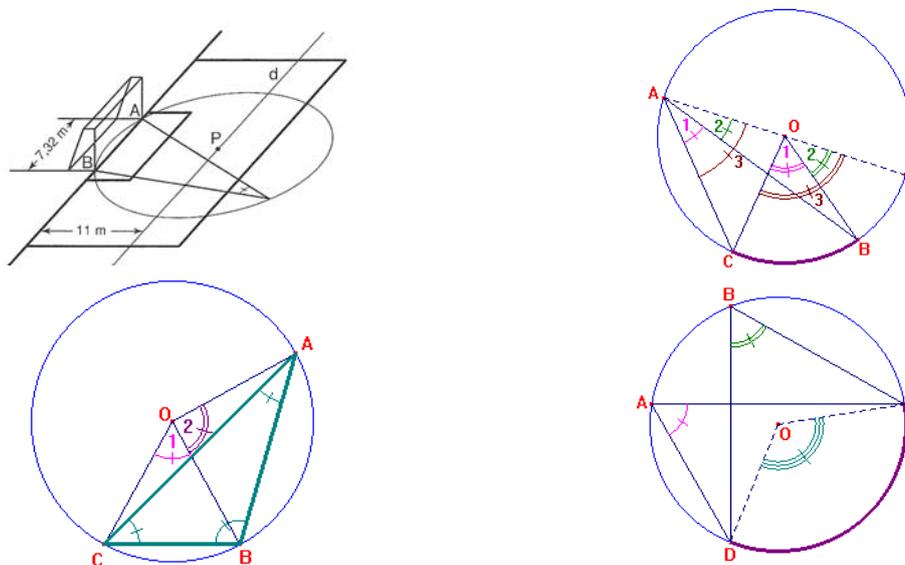
- Angles à côtés parallèles



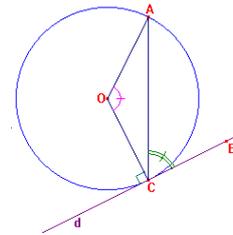
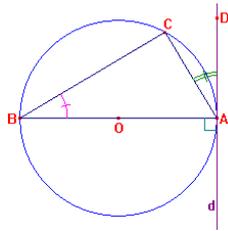
- Angles à côtés perpendiculaires



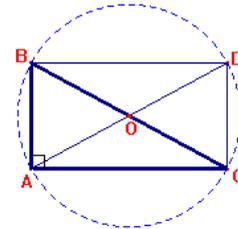
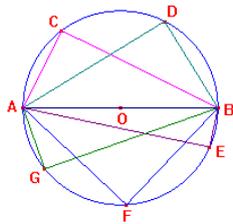
- Angle au centre et angle inscrit



- Angle tangential

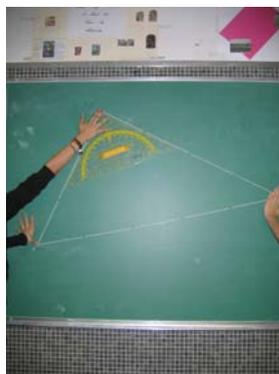
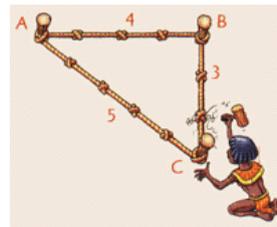


- Triangle rectangle et cercle

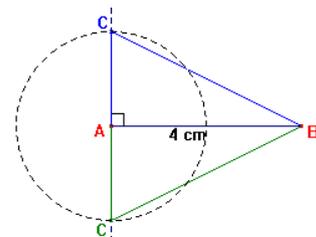
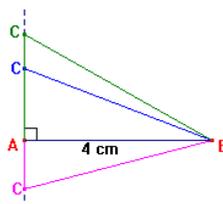
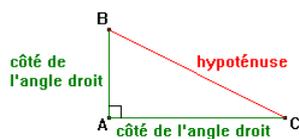


## Thème 2 – Pythagore

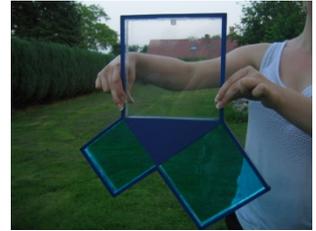
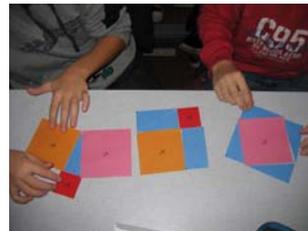
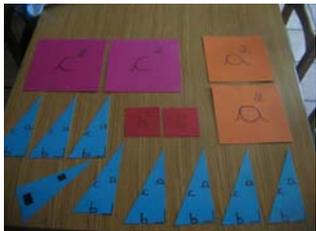
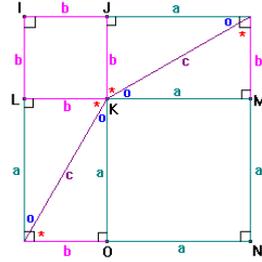
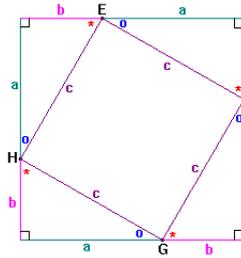
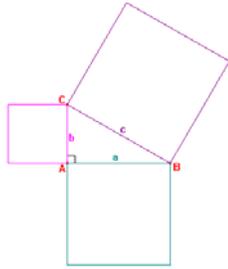
- Énigmes de motivation



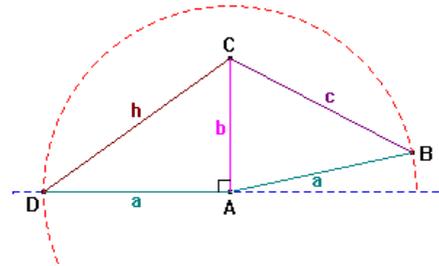
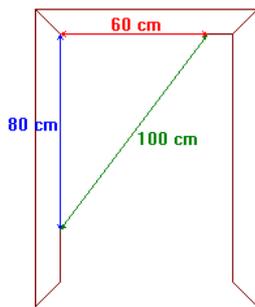
- Détermination univoque d'un triangle rectangle



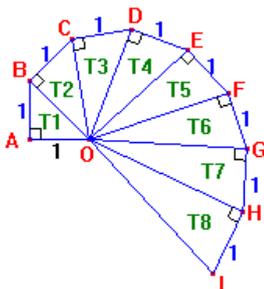
- Théorème de Pythagore



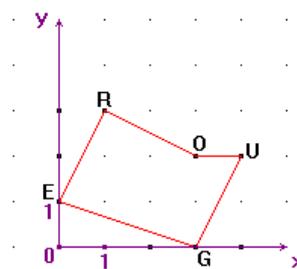
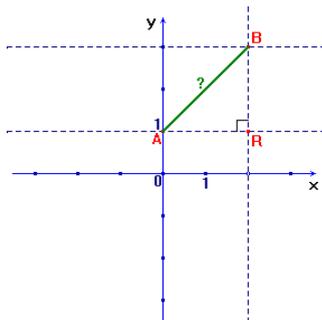
- Triplets pythagoriciens
- Réciproque du théorème de Pythagore



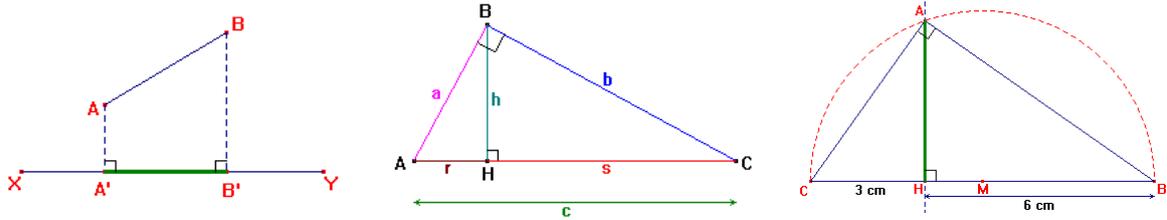
- Triangle non rectangle et contraposée
- Le limaçon de Pythagore



- Distance entre deux points dans un repère orthonormé



- Relations métriques dans les triangles rectangles



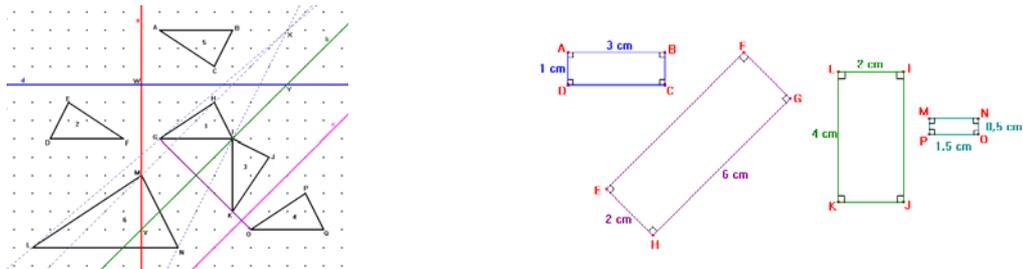
- Applications non usuelles sur le théorème de Pythagore et sa réciproque (Lunules d'Hippocrate, figures isopérimétriques, figures isosupercielles, problème des frites *light*, prolongement du théorème de Pythagore)

### Thème 3 – Figures isométriques et semblables

- Rappel à propos des transformations du plan



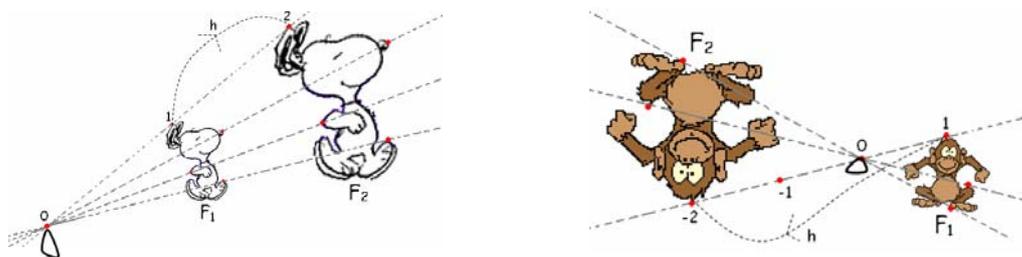
- Figures semblables



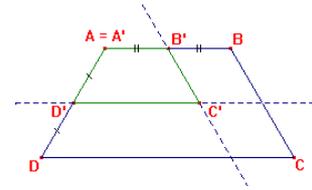
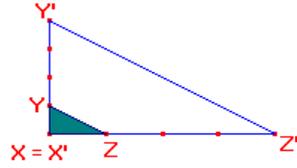
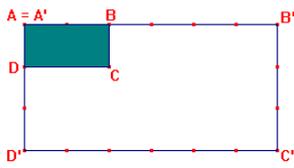
- Rapport de similitude



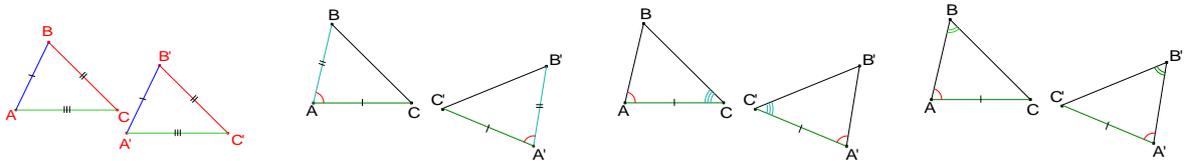
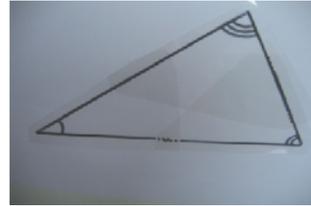
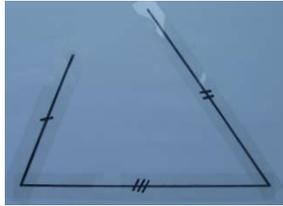
- Notion d'homothétie



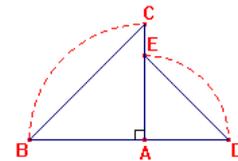
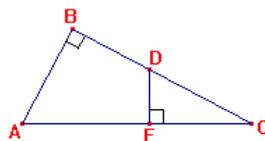
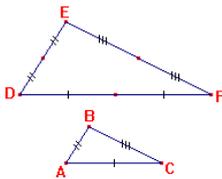
- Périmètres et aires de figures semblables



- Cas d'isométrie des triangles

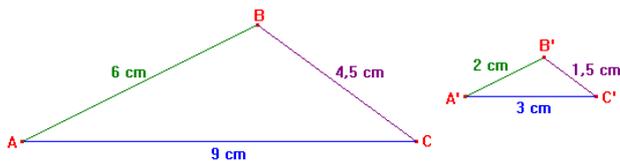


- Cas de similitude des triangles

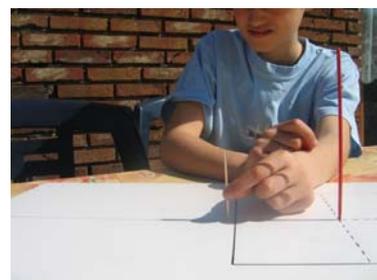
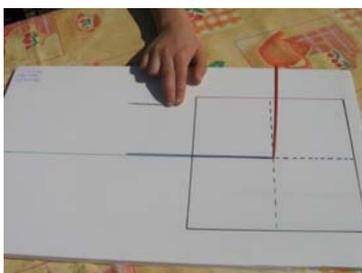
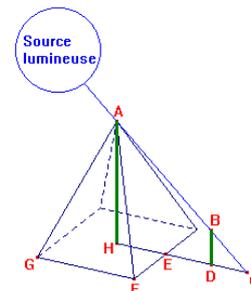


## Thème 4 – Thalès

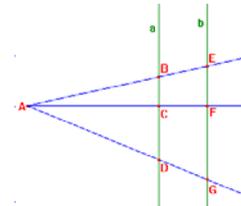
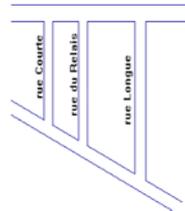
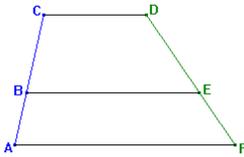
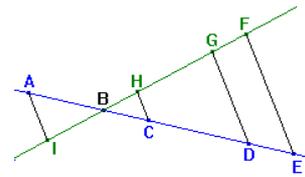
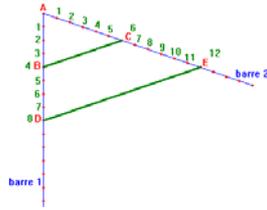
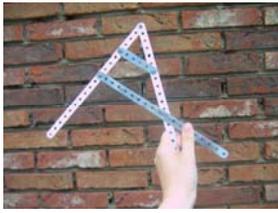
- Proportionnalité



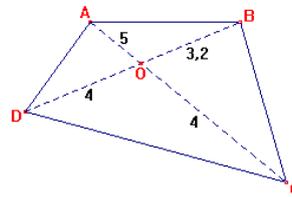
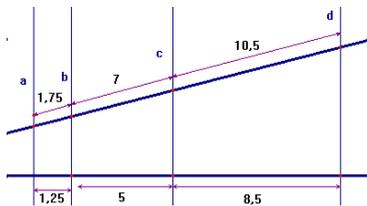
- Découverte du théorème de Thalès



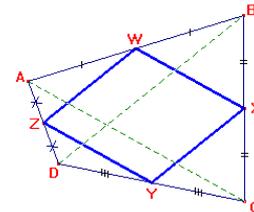
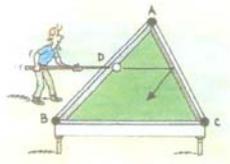
▪ Enoncé du théorème de Thalès et ses variantes



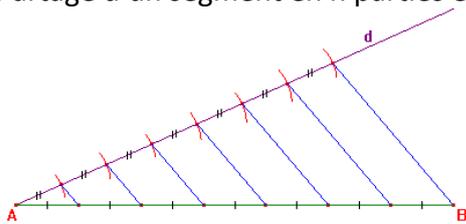
▪ Réciproque du théorème de Thalès



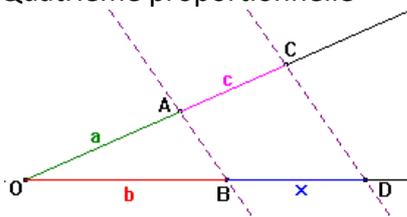
▪ Théorème des milieux dans un triangle (ou le petit théorème de Thalès)



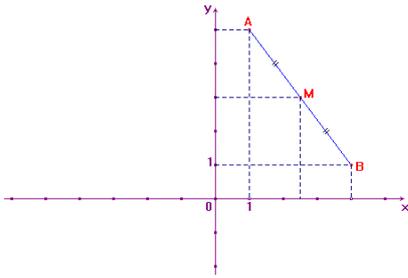
▪ Partage d'un segment en n parties égales



▪ Quatrième proportionnelle

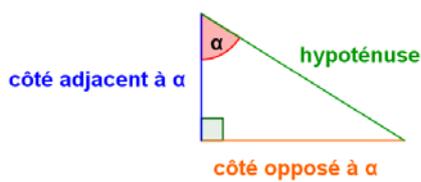


- Coordonnées du milieu d'un segment dans un repère orthonormé du plan

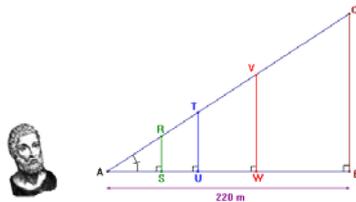


## Thème 5 – Trigonométrie

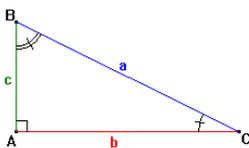
- Introduction sur la trigonométrie
- Terminologie



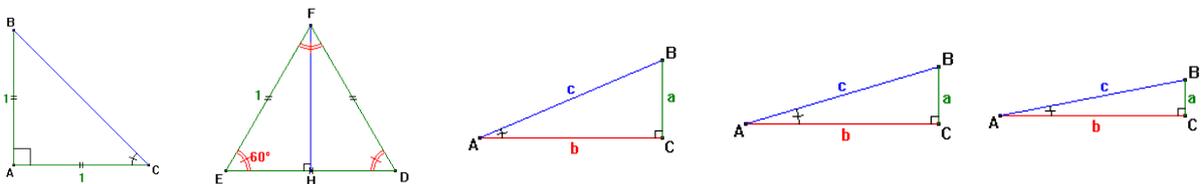
- Découverte des relations trigonométriques



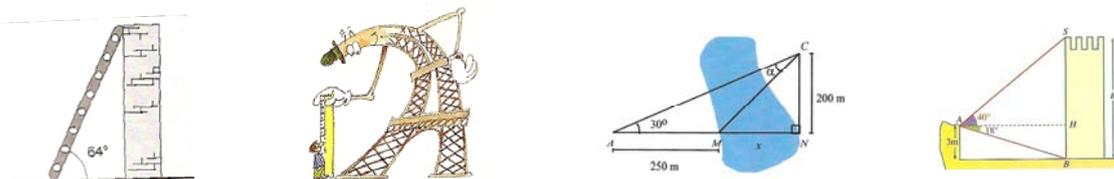
- Utilisation de la calculatrice
- Propriété des nombres trigonométriques de deux angles complémentaires



- Relation entre le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle
- Valeurs trigonométriques des angles particuliers



- Relation fondamentale de la trigonométrie
- Applications



# Géométrie des Transformations

## Procédés méthodologiques

Afin d'expliciter les méthodes et les moyens méthodologiques utilisés dans les activités pratiques, nous décrivons succinctement les principes qui ont guidé la construction du cours proposé aux enfants, c'est-à-dire les principes de l'enseignement en spirale, les règles de l'enseignement génétique ainsi que l'intérêt des situations problèmes pures pour la formation géométrique des élèves.

### 1. Les principes de l'enseignement en spirale

Les trois principes de l'enseignement en spirale, proposés par J-C BRUNER dans les années soixante et rappelés par F. BUEKENHOUT lors d'un colloque international sur l'enseignement de la géométrie, ont influencé la construction du cours que nous proposons. Ces principes que tout curriculum scolaire doit, selon BRUNER, respecter sont les suivants:

**Principe 1** – *"Les matières ('et les savoir-faire') que nous décidons d'enseigner doivent être d'un intérêt permanent pour tous les élèves au cours de toute leur formation et ce qui est important doit apparaître le plus tôt et le plus souvent possible."*

**Principe 2** – *"Les principaux sujets méritent d'être étudiés plusieurs fois, chaque nouvelle présentation incluant à la fois de nouvelles approches et un plus haut degré de sophistication."*

**Principe 3** – *"L'étude doit débiter à un niveau de base où les concepts sont manipulés par l'élève même s'il n'en perçoit pas immédiatement la portée finale. Néanmoins, l'élève ne doit être amené à continuer à exercer ses capacités mathématiques à un niveau de base que si, par la suite, il est capable de progresser à un niveau supérieur, ce qui signifie qu'il soit capable de réfléchir sur ses capacités de base."*

Si les deux derniers principes sont généralement appliqués dans l'enseignement, le premier semble régulièrement "oublié" en géométrie, et ce même par ceux qui prétendent pratiquer l'enseignement en spirale. Pourtant, c'est ce premier principe qui suggère l'idée de continuité de matière et de mode de pensée sur toute la scolarité.

### 2. Les règles de l'enseignement génétique

Le troisième principe de l'enseignement en spirale montre l'importance "de partir du terrain" des élèves. Ce respect du niveau de connaissances et des capacités intellectuelles des enfants, nous nous sommes efforcés de le rencontrer en intégrant les principes de l'enseignement en spirale à ceux de l'enseignement génétique.

La théorie de la "méthode génétique" fut développée et co-fondée par F. KLEIN, O. TOEPLITZ, H. FREUDENTHAL, A. KRYGOWSKA, A. WITTENBERG, M. WAGENSCHIN, J. PIAGET, J. BRUNER ainsi que D. et P-M. VAN HIELE. La caractéristique essentielle pour tous ces auteurs est que seul le processus de mathématisation, et non le produit fini, permet de comprendre et d'**apprendre** correctement les mathématiques.

Cette méthode a notamment été diffusée par E. WITTMANN. Pour lui, *"enseigner les mathématiques, c'est faire des mathématiques avec les élèves dans le but de cultiver, d'enrichir leur compréhension de la réalité; dans cette approche des mathématiques, l'accent est mis à la fois sur les composantes du développement de l'apprenant et sur celles du développement de la matière."*

Pour atteindre ces objectifs, il considère que la "méthode génétique" doit avoir les caractéristiques suivantes:

- *il faut se référer aux connaissances préalables des personnes concernées;*
- *il faut intégrer des raisonnements dans des contextes de problèmes globaux **au sein** et en dehors des mathématiques;*
- *il faut arriver à des **raisonnements rigoureux** à partir d'éléments intuitifs et heuristiques;*
- *il faut arriver à une motivation constante et à une **continuité permanente**.*

Dès lors, pour lui, la réussite de cette méthode dans l'enseignement suppose:

- *de constituer un tout cohérent;*
- *de couvrir une liste de notions de base avec une bonne maîtrise du savoir-faire;*
- *d'inclure des **démonstrations** abordables par les élèves et les professeurs;*
- *que l'enseignement puisse se faire dans le temps imparti;*
- *que l'effort exigé du professeur ne soit pas augmenté.*

Pour E. WITTMANN d'ailleurs, une initiation **complète** à la pensée mathématique (en géométrie) par la méthode génétique doit, dès l'école primaire, non seulement se concevoir sur base de problèmes utilitaires ("en dehors des mathématiques"), mais également sur base de problèmes pris au "**sein**" de la mathématique incluant des **raisonnements rigoureux** et des **démonstrations** adaptées au niveau des enfants.

### 3. Les situations problèmes utilitaires et les situations problèmes pures

La méthodologie actuellement prônée, par certains, pour l'initiation aux mathématiques est essentiellement celle des situations problèmes **utilitaires**. De plus, ces situations problèmes présentées aux élèves sont des situations qui ne demandent généralement pas d'utiliser des concepts théoriques rencontrés précédemment ni d'argumenter les observations. Cette approche des mathématiques, pour enrichissante et indispensable qu'elle soit, pourrait laisser croire aux élèves:

- qu'ils sont capables seuls de résoudre les problèmes sans utiliser les notions rencontrées auparavant;
- qu'il n'est pas indispensable de stocker en mémoire les concepts déjà rencontrés alors que la mémoire est un des moteurs de tout travail intellectuel;
- qu'il n'existe pas de liens entre les concepts puisqu'ils ne sont pour ainsi dire jamais transférés d'une situation à l'autre.

De ce fait, les élèves n'ont qu'une vision ponctuelle et fragmentaire de l'activité mathématique puisque l'accent n'est mis que sur l'observation, la manipulation, la construction, le dessin, la description.

Or, comme le précise B. CHARLOT: *"il ne faudrait pas considérer **uniquement** les mathématiques et la pensée mathématique comme une boîte à outils pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne."* Il ajoute même: *"qu'il est très difficile de travailler à partir du concret et de l'utile, de sorte que l'on propose souvent aux élèves du pseudo-concret, du pseudo-utile qui les embrouillent et les détournent davantage encore de l'activité mathématique"*. Il continue en affirmant qu'il croit *"qu'une démarche de construction du concept mathématique doit s'appuyer sur un problème intéressant en **tant que tel** et non sur un besoin utilitaire d'une solution au problème posé."*

Cette dernière approche de la mathématique est qualifiée d'approche par les situations problèmes pures par opposition aux situations problèmes utilitaires. Nous l'avons également mise en pratique pour débiter la plupart des nouveaux thèmes. Cette méthode, non seulement est très bien acceptée par les enfants, mais facilite la découverte d'autres concepts apparentés, ce qui permet de mettre en évidence les liens les unissant et d'habituer les élèves à la notion de "théorie déductive". Nous ne réfutons pas les situations problèmes utilitaires, car celles-ci permettent d'approfondir et d'affiner le sens des concepts mathématiques rencontrés. Toutefois, nous sommes convaincus qu'il est souhaitable, au secondaire inférieur, d'aborder en premier lieu les concepts géométriques dans le cadre de situations problèmes pures avant de les rencontrer dans des situations problèmes utilitaires si on veut que les élèves prennent conscience de l'enchaînement des matières, de la continuité des méthodes et de la nécessité de maîtriser les concepts vus antérieurement.

De plus, nous sommes de plus en plus convaincus qu'aborder la géométrie **uniquement** par les situations problèmes utilitaires renforce les inégalités à l'accès aux concepts et au "jeu" mathématique car seuls les élèves "subtils" sont capables d'utiliser, de s'approprier et de retenir, à travers les résultats utilitaires, les concepts géométriques sous-jacents.

L'approche inverse montre que les moins "perspicaces" ou ceux qui ont des difficultés de passage à la phase d'abstraction accèdent aux solutions utilitaires en utilisant à bon escient les concepts abordés auparavant.

# Géométrie des Transformations

## A propos de la logique

**"Dans l'édifice de la pensée, notamment en mathématique, la logique établit parallèlement les bases du raisonnement (scientifique) et les outils pour faire progresser la connaissance."**

*Guanbruno GUERRERIO docteur en Philosophie  
Extrait de l'Histoire de la Logique vue par Kurt GÖDEL (1906-1978) pour la science  
(Les génies de la science) - Novembre 2004 - N°20*

Si l'expression orale, la lecture, l'écriture et le calcul sont des bases "premières" dans l'Enseignement Fondamental, il en est une, tout aussi essentielle et pourtant souvent oubliée à l'école Primaire, c'est le "**raisonnement**".

**Lire:** c'est d'abord déchiffrer mais c'est surtout "comprendre un message".

**Ecrire:** c'est transmettre un message pour qu'il soit compris et garde tout son sens.

**Calculer:** c'est bien entendu compter, mais c'est d'abord percevoir le type d'opération à effectuer.

Sans le raisonnement, les actions de "lire, écrire et calculer" n'ont guère d'efficacité, ni de sens dans la perspective d'une formation efficiente et harmonieuse des enfants.

Bien qu'ignorées par un grand nombre de personnes, des expériences telles que celles réalisées par l'Américain ULMER ont montré que le **raisonnement logique n'est en aucun cas inné chez l'individu moyen** et qu'une initiation, dès le début de la formation, est indispensable pour se l'approprier. Cela est d'ailleurs rappelé dans les Socles de Compétences.

Ainsi, dans ce document, il est précisé que les élèves doivent apprendre à:

- *analyser et comprendre un message;*
- *résoudre, raisonner et argumenter;*
- *appliquer et généraliser;*
- *structurer et synthétiser.*

Ces nouvelles exigences ne sont pas sans conséquence:

- d'une part, sur l'ordonnement de la matière présentée à un niveau déterminé (la matière doit être structurée de manière à ce que les éléments utiles pour justifier - argumenter - soient vus antérieurement;
- d'autre part, sur les premiers éléments et les premières règles de logique classique à rencontrer dès la première année primaire.

Il est bien évident que ces éléments de logique sont "analysés" progressivement et au fur et à mesure des besoins.

Parmi ces éléments et règles de logique, citons:

- la notion de proposition (au sens mathématique)
- les quantificateurs universel et existentiel: "tout" ( $\forall$ ) et "il existe" ( $\exists$ )
- l'ordre de succession des quantificateurs
- les conjonctions "et", "ou", ( $p$  et  $q$ ), ( $p$  ou  $q$ )
- la notion de négation de propositions
- les négations des quantificateurs ( $\forall, \exists$ ) et des conjonctions (et, ou)
  - $\neg(p \text{ ou } q) = \neg p \text{ et } \neg q$
  - $\neg(p \text{ et } q) = \neg p \text{ ou } \neg q$
  - $\neg(\forall) = \exists$
  - $\neg(\exists) = \forall$
- la double négation de propositions
- les notions de causalité ( $\Rightarrow$ ), d'inférence ( $p \Rightarrow q$ ), d'équivalence ( $p \Leftrightarrow q$ )
- les procédés de démonstration
- les notions de définition et de propriété au sens mathématique