

Géométrie des Transformations

Procédés méthodologiques

Afin d'explicitier les méthodes et les moyens méthodologiques utilisés dans les activités pratiques, nous décrirons succinctement les principes qui ont guidé la construction du cours proposé aux enfants, c'est-à-dire les principes de l'enseignement en spirale, les règles de l'enseignement génétique ainsi que l'intérêt des situations problèmes pures pour la formation géométrique des élèves.

1. Les principes de l'enseignement en spirale

Les trois principes de l'enseignement en spirale, proposés par J-C BRUNER dans les années soixante et rappelés par F. BUEKENHOUT lors d'un colloque international sur l'enseignement de la géométrie, ont influencé la construction du cours que nous proposons. Ces principes que tout curriculum scolaire doit, selon BRUNER, respecter sont les suivants:

Principe 1 – *"Les matières ('et les savoir-faire') que nous décidons d'enseigner doivent être d'un intérêt permanent pour tous les élèves au cours de toute leur formation et ce qui est important doit apparaître le plus tôt et le plus souvent possible."*

Principe 2 – *"Les principaux sujets méritent d'être étudiés plusieurs fois, chaque nouvelle présentation incluant à la fois de nouvelles approches et un plus haut degré de sophistication."*

Principe 3 – *"L'étude doit débiter à un niveau de base où les concepts sont manipulés par l'élève même s'il n'en perçoit pas immédiatement la portée finale. Néanmoins, l'élève ne doit être amené à continuer à exercer ses capacités mathématiques à un niveau de base que si, par la suite, il est capable de progresser à un niveau supérieur, ce qui signifie qu'il soit capable de réfléchir sur ses capacités de base."*

Si les deux derniers principes sont généralement appliqués dans l'enseignement, le premier semble régulièrement "oublié" en géométrie, et ce même par ceux qui prétendent pratiquer l'enseignement en spirale. Pourtant, c'est ce premier principe qui suggère l'idée de continuité de matière et de mode de pensée sur toute la scolarité.

2. Les règles de l'enseignement génétique

Le troisième principe de l'enseignement en spirale montre l'importance "de partir du terrain" des élèves. Ce respect du niveau de connaissances et des capacités intellectuelles des enfants, nous nous sommes efforcés de le rencontrer en intégrant les principes de l'enseignement en spirale à ceux de l'enseignement génétique.

La théorie de la "méthode génétique" fut développée et co-fondée par F. KLEIN, O. TOEPLITZ, H. FREUDENTHAL, A. KRYGOWSKA, A. WITTENBERG, M. WAGENSCHIN, J. PIAGET, J. BRUNER ainsi que D. et P-M. VAN HIELE. La caractéristique essentielle pour tous ces auteurs est que seul le processus de mathématisation, et non le produit fini, permet de comprendre et d'**apprendre** correctement les mathématiques.

Cette méthode a notamment été diffusée par E. WITTMANN. Pour lui, *"enseigner les mathématiques, c'est faire des mathématiques avec les élèves dans le but de cultiver, d'enrichir leur compréhension de la réalité; dans cette approche des mathématiques, l'accent est mis à la fois sur les composantes du développement de l'apprenant et sur celles du développement de la matière."*

Pour atteindre ces objectifs, il considère que la "méthode génétique" doit avoir les caractéristiques suivantes:

- *il faut se référer aux connaissances préalables des personnes concernées;*
- *il faut intégrer des raisonnements dans des contextes de problèmes globaux **au sein** et en dehors des mathématiques;*
- *il faut arriver à des **raisonnements rigoureux** à partir d'éléments intuitifs et heuristiques;*
- *il faut arriver à une motivation constante et à une **continuité permanente**.*

Dès lors, pour lui, la réussite de cette méthode dans l'enseignement suppose:

- *de constituer un tout cohérent;*
- *de couvrir une liste de notions de base avec une bonne maîtrise du savoir-faire;*
- *d'inclure des **démonstrations** abordables par les élèves et les professeurs;*
- *que l'enseignement puisse se faire dans le temps imparti;*
- *que l'effort exigé du professeur ne soit pas augmenté.*

Pour E. WITTMANN d'ailleurs, une initiation **complète** à la pensée mathématique (en géométrie) par la méthode génétique doit, dès l'école primaire, non seulement se concevoir sur base de problèmes utilitaires ("en dehors des mathématiques"), mais également sur base de problèmes pris au "**sein**" de la mathématique incluant des **raisonnements rigoureux** et des **démonstrations** adaptées au niveau des enfants.

3. Les situations problèmes utilitaires et les situations problèmes pures

La méthodologie actuellement prônée, par certains, pour l'initiation aux mathématiques est essentiellement celle des situations problèmes **utilitaires**. De plus, ces situations problèmes présentées aux élèves sont des situations qui ne demandent généralement pas d'utiliser des concepts théoriques rencontrés précédemment ni d'argumenter les observations. Cette approche des mathématiques, pour enrichissante et indispensable qu'elle soit, pourrait laisser croire aux élèves:

- qu'ils sont capables seuls de résoudre les problèmes sans utiliser les notions rencontrées auparavant;
- qu'il n'est pas indispensable de stocker en mémoire les concepts déjà rencontrés alors que la mémoire est un des moteurs de tout travail intellectuel;
- qu'il n'existe pas de liens entre les concepts puisqu'ils ne sont pour ainsi dire jamais transférés d'une situation à l'autre.

De ce fait, les élèves n'ont qu'une vision ponctuelle et fragmentaire de l'activité mathématique puisque l'accent n'est mis que sur l'observation, la manipulation, la construction, le dessin, la description.

Or, comme le précise B. CHARLOT: *"il ne faudrait pas considérer **uniquement** les mathématiques et la pensée mathématique comme une boîte à outils pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne."* Il ajoute même: *"qu'il est très difficile de travailler à partir du concret et de l'utile, de sorte que l'on propose souvent aux élèves du pseudo-concret, du pseudo-utile qui les embrouillent et les détournent davantage encore de l'activité mathématique"*. Il continue en affirmant qu'il croit *"qu'une démarche de construction du concept mathématique doit s'appuyer sur un problème intéressant en **tant que tel** et non sur un besoin utilitaire d'une solution au problème posé."*

Cette dernière approche de la mathématique est qualifiée d'approche par les situations problèmes pures par opposition aux situations problèmes utilitaires. Nous l'avons également mise en pratique pour débiter la plupart des nouveaux thèmes. Cette méthode, non seulement est très bien acceptée par les enfants, mais facilite la découverte d'autres concepts apparentés, ce qui permet de mettre en évidence les liens les unissant et d'habituer les élèves à la notion de "théorie déductive". Nous ne réfutons pas les situations problèmes utilitaires, car celles-ci permettent d'approfondir et d'affiner le sens des concepts mathématiques rencontrés. Toutefois, nous sommes convaincus qu'il est souhaitable, au secondaire inférieur, d'aborder en premier lieu les concepts géométriques dans le cadre de situations problèmes pures avant de les rencontrer dans des situations problèmes utilitaires si on veut que les élèves prennent conscience de l'enchaînement des matières, de la continuité des méthodes et de la nécessité de maîtriser les concepts vus antérieurement.

De plus, nous sommes de plus en plus convaincus qu'aborder la géométrie **uniquement** par les situations problèmes utilitaires renforce les inégalités à l'accès aux concepts et au "jeu" mathématique car seuls les élèves "subtils" sont capables d'utiliser, de s'approprier et de retenir, à travers les résultats utilitaires, les concepts géométriques sous-jacents.

L'approche inverse montre que les moins "perspicaces" ou ceux qui ont des difficultés de passage à la phase d'abstraction accèdent aux solutions utilitaires en utilisant à bon escient les concepts abordés auparavant.