

Mathématiques élémentaires

Géométrie et raisonnement dès l'Enseignement Fondamental (de 5 à 18 ans)

"Le savant doit ordonner. On fait la science avec des faits comme une maison avec des pierres, mais une accumulation de faits n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison."

Cette affirmation d'Henri POINCARÉ sur la construction de la science vaut aussi pour son enseignement.

Jean SIVARDIÈRE

Cellule de géométrie – Catégorie pédagogique de la HEH

DEMAL Michel

demal.michel@skynet.be

DRAMAIX Jérémy

jeremy.dramaix@gmail.com

DUBUCQ Jacques

jacques.dubucq@skynet.be

HIGNY Samuel

higny_samuel@hotmail.com

LAFOT Cindy

lafot.cindy@hotmail.com

MALAGUARNERA Angelo

angelo.malaguarnera@gmail.com

PILAETE CHRISTINE

christine.pilaete@skynet.be

POPELER Danielle

d.popeler@skynet.be

Georges CHARPAK et Roland OMNES

"Sans la science, on ne peut rien comprendre aujourd'hui au monde moderne. Rien n'est plus important que de donner aux jeunes l'éducation (scientifique) dont ils ont besoin, qui fera d'eux des hommes et des femmes libres, capables de comprendre l'Univers qui les entoure et sa signification. Il le faut, d'urgence, avant que des gourous, des marchands, des adorateurs de légendes ou des illuminés aient le temps de s'emparer d'eux. Qu'ils aient des savants le vrai savoir..."

Extrait de "Soyez savants, devenez prophètes"- éd. Odile JACOB.
Georges CHARPAK est prix NOBEL(1992) de physique et physicien au CERN.
Roland OMNES est physicien théoricien et professeur émérite à la Faculté des Sciences de Paris XI -ORSAY.

Guanbruno GUERRERIO

"Dans l'édifice de la pensée, notamment en mathématique, la logique établit parallèlement les bases du raisonnement (scientifique) et les outils pour faire progresser la connaissance."

Extrait de l'"Histoire de la Logique" vue par Kurt GÖDEL (1906-1978) pour la science (Les génies de la science) – Novembre 2004 – Numéro 20
Guanbruno GUERRERIO est docteur en Philosophie

Géométrie et Raisonnement dès l'Enseignement Fondamental

(de 5 à 18 ans)

Plan

1. Introduction

Raisonnement dès l'enseignement fondamental

2. Géométrie des Transformations

2.1. Objectifs de la Géométrie des Transformations

2.2. Géométrie des Transformations

2.3. Solides et figures géométriques

2.4. Transformations du plan ou de l'espace

2.5. Raisonnement scientifique - Compétences transversales

2.6. Méthodologie adoptée

2.7. Importance de la Géométrie des Transformations dans la formation des élèves

2.7.1. Le constat

2.7.2. Importance de la géométrie pour la formation des élèves

1. Introduction

Raisonnement dès l'enseignement fondamental

Si l'expression orale, la lecture, l'écriture et le calcul sont des bases "premières" dans l'enseignement fondamental, il en est une, tout aussi essentielle et pourtant souvent oubliée à l'école primaire, c'est le "*raisonnement*".

Lire: c'est d'abord déchiffrer mais c'est surtout "comprendre un message".

Ecrire: c'est transmettre un message pour qu'il soit compris et garde tout son sens.

Calculer: c'est bien entendu compter, mais c'est d'abord percevoir le type d'opération à effectuer.

Sans le raisonnement, les actions de "lire, écrire et calculer" n'ont guère d'efficacité, ni de sens dans la perspective d'une formation efficace et harmonieuse des enfants.

Bien qu'ignorées par un grand nombre de personnes, des expériences telles que celles réalisées par l'américain ULMER ont montré que le *raisonnement logique* n'est en aucun cas inné chez l'individu moyen et qu'une initiation, dès le début de la formation, est indispensable pour se l'approprier. Cela est d'ailleurs rappelé dans les Socles de Compétences.

ULMER a également montré que grâce à la matérialisation possible de la quasi totalité des concepts géométriques, le cours de Géométrie est celui qui permet le mieux, dès le Primaire, de familiariser progressivement et naturellement les très jeunes enfants aux principes et règles du raisonnement logique (cartésien).

Ces dernières années, une équipe d'enseignants de tous les niveaux (du fondamental à l'université), a élaboré, à partir d'activités réalisées en continu dans des classes, un curriculum pour l'enseignement de la géométrie qui initie aux notions géométriques actuelles et au raisonnement.

Tous les membres de l'équipe, par leurs connaissances, leur enthousiasme, leur compétence et leur expérience ont œuvré à sa construction.

La géométrie qui initie aux concepts géométriques actuels s'appelle: "**La Géométrie des Transformations**".

Le cours de géométrie proposé est accessible à tous, dès la classe maternelle, et lutte efficacement contre l'échec scolaire. Construit de manière ludique et concrète, il fournit dès le départ, les bases du raisonnement scientifique, telles que l'argumentation et la méthode de preuve ainsi que les bases de géométrie nécessaires pour appréhender la géométrie du secondaire et même du supérieur. Il est bâti sur une véritable continuité de matière et de mode de pensée sur tout l'enseignement obligatoire.

Remarques:

- Au 30 juillet 2010, plus de 300 journées de formations à cette ont été assurées jusqu'à présent (en Communauté française de Belgique) pour des enseignants de la maternelle, du primaire, du secondaire, et des inspecteurs de l'enseignement fondamental.

- Les travaux de géométrie réalisés ont fait l'objet de conférences et de présentations à des congrès en Belgique et en France.
- Le 7 juillet 2004, les activités de géométrie réalisées dans les cinq premières années du primaire à l'Athénée Royal de Binche ont été présentées au Congrès International de l'Enseignement des Mathématiques à Copenhague, par l'intermédiaire de Madame Charlotte BOUCKAERT de l'UREM de l'ULB: "Some aspects of transformation geometry in primary school according to Michel DEMAL"
- Deux médailles d'or ont été attribuées pour ces travaux de géométrie:
 - La Médaille d'Or du Rayonnement Culturel au titre de l'enseignement de "La Renaissance Culturelle Française" sous le haut patronage du Ministère des Affaires Étrangères, de l'Intérieur, de la Défense et de l'Éducation Nationale - Paris, le 22 novembre 2001.
 - La Médaille d'Or au titre de l'enseignement de "Renaissance Culturelle Européenne" - "Europese Culturele Renaissance" - Bruxelles, le 15 décembre 2001.

2. Géométrie des Transformations

2.1. Objectifs de la Géométrie des Transformations

Le cours de géométrie développé en continu ces dernières années s'inscrit dans un projet ambitieux à long terme, celui:

- de lutter efficacement contre l'échec scolaire en mathématique en établissant une cohérence de théorie et de méthodologie sur tout l'enseignement obligatoire;
- de mettre à la disposition des enseignants tous les documents qui décrivent les activités réalisées (voir les cds);
- de former progressivement et naturellement tous les élèves dès leur plus jeune âge et pendant toute leur scolarité obligatoire:
 - aux premiers éléments et aux premières règles de logique formelle,
 - au raisonnement scientifique,
 - à un cours de géométrie (la Géométrie des Transformations) dans lequel de "nouveaux" concepts géométriques non traditionnels sont intégrés.

Ces "nouveaux" concepts élémentaires sont d'ailleurs nécessaires aujourd'hui pour appréhender des domaines aussi variés que la physique, la chimie, la biologie, la cristallographie, l'architecture...

Parmi ces "nouvelles" notions, le concept de "**symétrie au sens large**" ou "**d'automorphisme**" qui recouvre la notion simple de "**transformation qui superpose un objet à lui-même tout en conservant sa structure**" permet de relier les propriétés des objets aux propriétés (invariants) des transformations.

A ce sujet, plusieurs personnalités du monde scientifique attirent l'attention sur l'importance de ce concept:

"La symétrie est un aspect fascinant de la nature, mais c'est aussi un concept scientifique fondamental qui a envahi les mathématiques, la physique, la chimie et jusqu'à la biologie. Peut-être Paul VALÉRY y songeait-il quand il écrivait: 'Il n'y a pas de choses simples, mais il y a une manière simple de voir les choses'."

Jean SIVARDIERE

"La symétrie (scientifique) est fondamentale dans les sciences quelles que soient les disciplines. La symétrie est partout. Elle permet de décrire de manière précise de nombreux systèmes, de clarifier et de simplifier l'étude de leurs propriétés. Des résultats très importants peuvent ainsi être prédits de manière rigoureuse sans que l'on ait à faire appel à des théories mathématiques sophistiquées."

Jean SIVARDIERE

"La symétrie (scientifique) est un outil de notre perception car elle permet de réduire de manière importante les informations nécessaires à la connaissance globale d'un objet, d'une figure, d'un événement. Pourtant elle n'est pas enfermée dans une spécialité mais apparaît plutôt comme un concept transversal relevant aussi bien des sciences exactes que des sciences du vivant, voire des disciplines artistiques."

Gilles COHEN – TANNOUJJI (prix Nobel de physique 1997) et Yves SECQUIN

"...tant de choses peuvent être connues sur la structure même d'un objet grâce à ses automorphismes (symétries)."

FREUDENTHAL

"Les modèles de symétrie sont intrinsèques à tous les aspects de la perception et semblent jouer un rôle essentiel dans les processus créatifs à la fois en sciences et en arts. Sans une conscience de l'importance de tels concepts abstraits pour les réponses cathartiques qui étayent l'effort humain, il est douteux que les présentes tentatives désespérées faites en vue d'améliorer la quantité et la qualité des relations (en recherche scientifique et développement ou en arts) ne conduisent à rien d'autre que l'échec."

Harry W. KROTO (Prix Nobel de chimie 1996)

Les autres concepts principaux "non traditionnels" développés également de manière non habituelle dans les activités de Géométrie des Transformations sont les suivants:

- les notions de déplacements et de retournements du plan avant de les caractériser en termes de symétries orthogonales, de translations, de rotations, de symétries centrales, de symétries glissées.
- les notions de déplacements et de retournements de l'espace avant de les caractériser en termes de symétries bilatérales, de symétries bilatérales glissées, de symétries centrales, d'antirrotations, de rotations, de symétries orthogonales, de translations et de vissages.
- les notions conservées par les déplacements et les retournements du plan dans l'étude des figures géométriques.
- les notions conservées par les déplacements et les retournements de l'espace dans l'étude des objets géométriques.

- l'orientation du plan (à l'aide des cercles horlogiques et antihorlogiques et des dessins de mains sur transparents) pour "définir" les déplacements, les retournements, les similitudes directes et inverses du plan.
- l'orientation de l'espace (à l'aide de la main gauche et de la main droite) pour "définir" les déplacements, les retournements, les similitudes directes et inverses de l'espace.
- la notion d'objets non orientés et d'objets orientés (les formes gauche et droite d'un objet – la chiralité des chimistes).
- les homothéties et les similitudes de l'espace.
- les polyèdres convexes à faces régulières avec les classements:
 - en fonction de l'homogénéité des faces et de l'homogénéité des sommets;
 - en fonction de la transitivité des faces et de la transitivité des sommets (les polyèdres réguliers et les polyèdres semi réguliers).

Signalons que dans le "Rapport au Ministre de l'Education Nationale Française sur l'Enseignement des Sciences Mathématiques, sous la direction de Jean-Pierre KAHANE (Edition Odile JACOB), ces concepts "non traditionnels" sont signalés, directement ou indirectement, comme étant des concepts fondamentaux à développer actuellement dans l'enseignement de la géométrie (de 5 à 18 ans).

Il en est de même en Communauté Française de Belgique puisque, dans le document officiel intitulé: "Les Socles de Compétences en Communauté Française de Belgique", à la page 28, il est précisé que: "... on compare les propriétés des familles de figures, on les relie à celles des transformations. On en arrive ainsi à enchaîner des énoncés et on apprend progressivement à démontrer."

Cette dernière recommandation signifie clairement qu'il ne suffit plus de découvrir séparément les propriétés des objets géométriques et les propriétés des transformations; encore faut-il les relier entre elles afin de pouvoir enchaîner des énoncés et apprendre progressivement à démontrer.

2.2. Géométrie des Transformations

La géométrie qui relie les propriétés des transformations aux propriétés des objets géométriques s'appelle "La Géométrie des Transformations" et prend ses origines dans les développements des géométries dites non-euclidiennes et de la théorie des groupes.

Dans cette géométrie, les transformations sont perçues comme des outils qui permettent, grâce à leurs propriétés, de:

- découvrir et/ou démontrer les propriétés des objets géométriques du plan et de l'espace;
- créer des figures ayant des régularités "répétitives" (frises - rosaces - tapisseries);
- classer des objets du plan et de l'espace;
- percevoir si un objet est orienté ou non orienté (paires d'objets énantiomères - formes "gauche" ou "droite" d'un objet - molécules chirales).

Cette géométrie se définit succinctement comme "*l'étude des objets géométriques du plan et de l'espace par les transformations*".

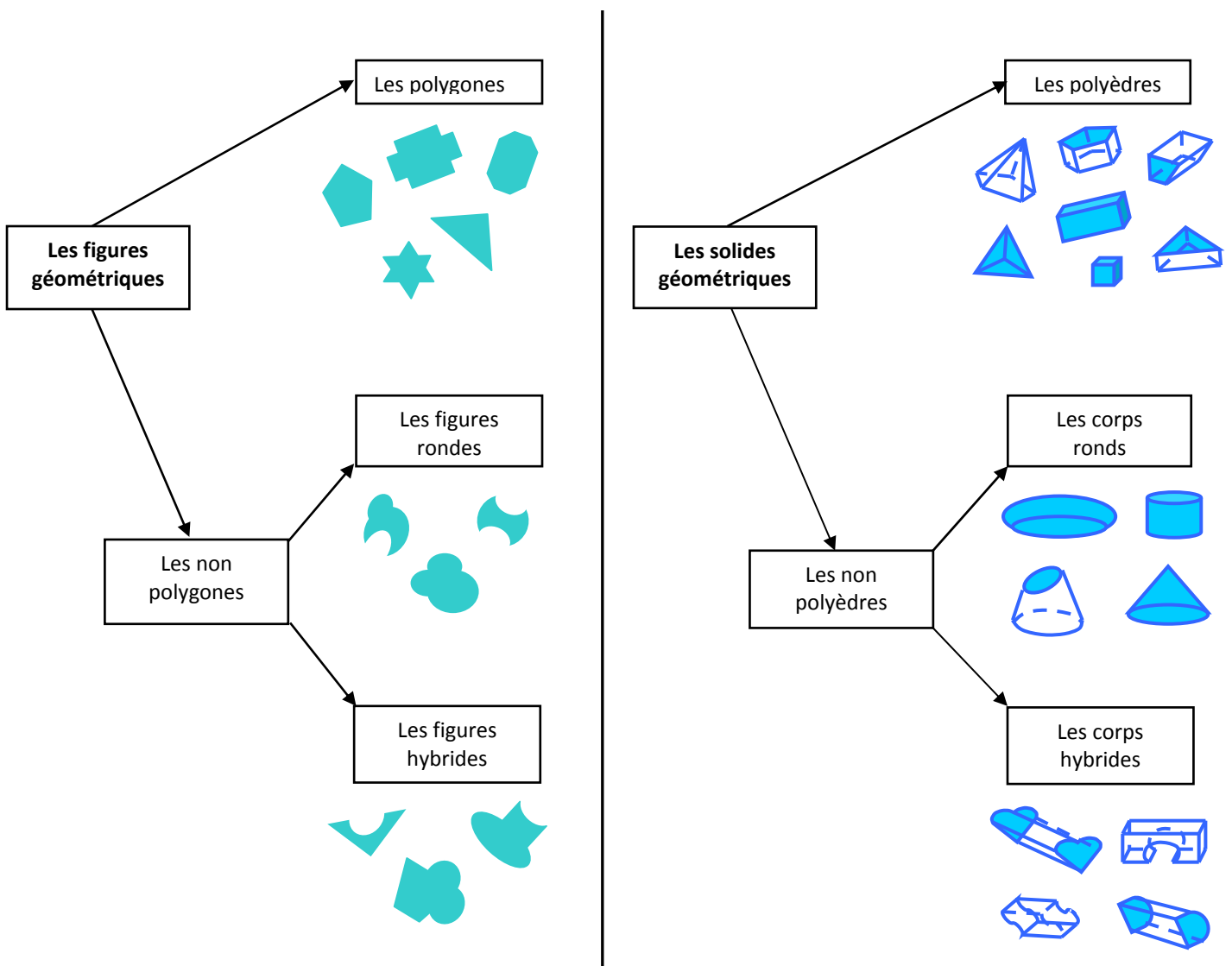
2.3. Solides et figures géométriques

Par "*Solides et figures Géométriques*", on entend les figures et les solides idéalisés sur lesquels peut aisément se construire une première activité géométrique structurée et cohérente.

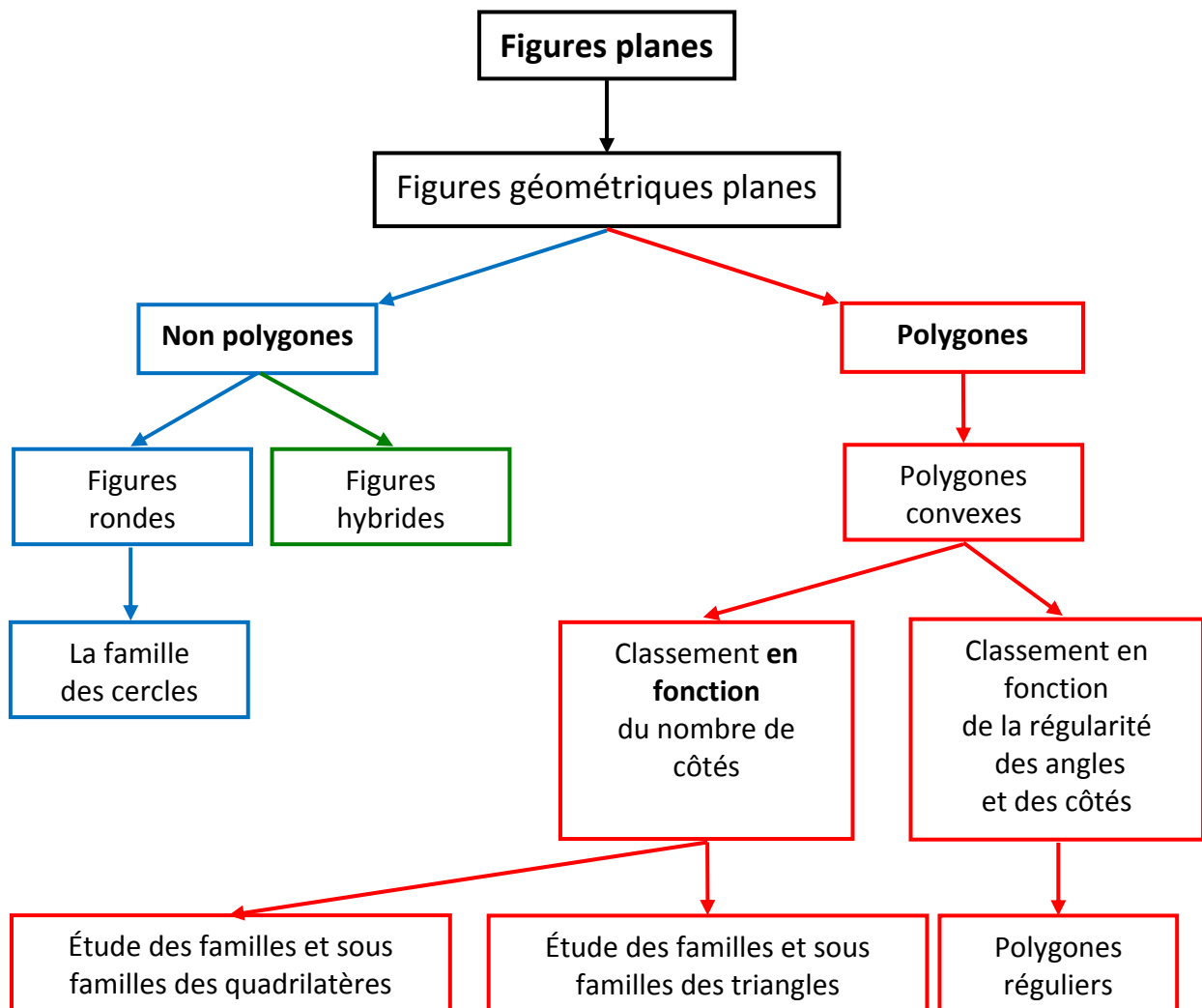
Les schémas ci-joints illustrent:

- les premiers classements des figures géométriques et des solides géométriques idéalisés rencontrés dès le début du primaire;
- l'analogie naturelle existant entre les premiers classements des figures géométriques et des solides géométriques idéalisés;
- Les structures des familles et des sous-familles analysées progressivement à travers l'Enseignement Obligatoire.

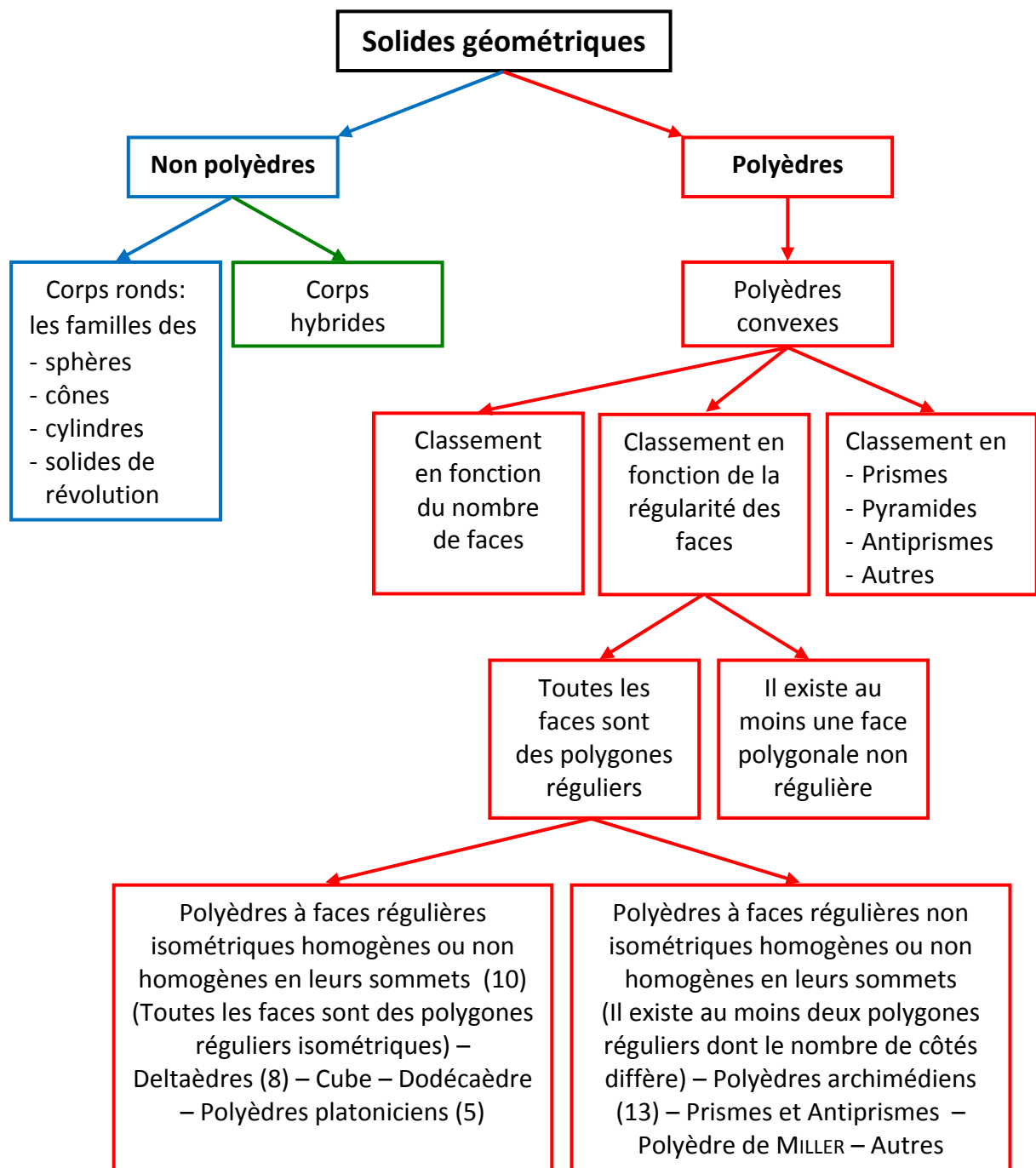
Premiers classements des figures et des solides géométriques idéalisés



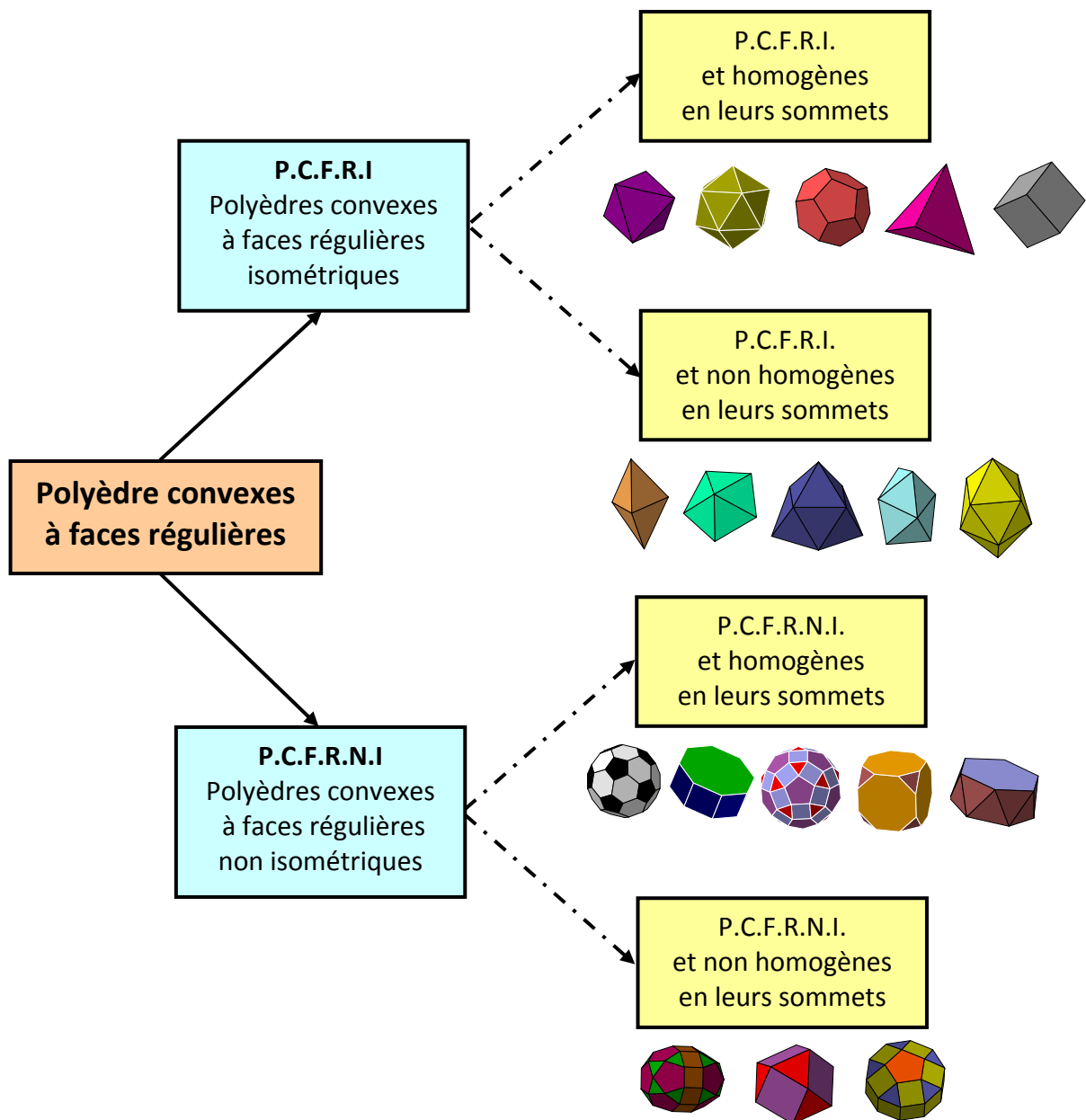
Structure de l'étude des figures planes en géométrie élémentaire



Structure de l'étude des solides en géométrie élémentaire



Classement "visuel" des polyèdres convexes à faces régulières



Le classement des polyèdres convexes à faces régulières en fonction de la transitivité des faces et des sommets (les polyèdres réguliers et semi réguliers) n'est pas abordé avant 17/18 ans. En effet, ce classement exige la maîtrise des automorphismes des polyèdres concernés.

2.4. Transformations du plan ou de l'espace

Par "*transformations du plan ou de l'espace*", on entend essentiellement les transformations (les similitudes) qui conservent la forme des objets du plan ou de l'espace.

Ces transformations se scindent en trois types; chacun de ceux-ci se subdivise aussi en deux "sous types":

- 1) Les transformations qui *agrandissent proportionnellement et déplacent* les objets ou qui *agrandissent proportionnellement et retournent* les objets. Il s'agit, dans ces deux cas, d'objets semblables agrandis déplacés et d'objets semblables agrandis retournés.
- 2) Les transformations qui *réduisent proportionnellement et déplacent* les objets ou qui *réduisent proportionnellement et retournent* les objets. Il s'agit, dans ces deux cas, d'objets semblables réduits déplacés et d'objets semblables réduits retournés.
- 3) Les transformations qui *conservent les distances et déplacent* les objets ou qui *conservent les distances et retournent* les objets. Il s'agit, dans ces deux cas, d'objets semblables isométriques déplacés et d'objets semblables isométriques retournés.

Les projections solaires (parallèles) et les affinités sont également rencontrées.

Attirons l'attention sur le fait que la Géométrie des Transformations est naturelle dans le sens où l'initiation aux isométries est basée sur la notion simple de mouvements "réels" idéalisés (mathématisés).

Les schémas ci-après résument cette description des transformations utilisées en Géométrie des Transformations de base.

Structure des transformations en géométrie élémentaire

Il s'agit des transformations avec lesquelles on peut étudier les figures géométriques et les solides géométriques en mathématique élémentaire.

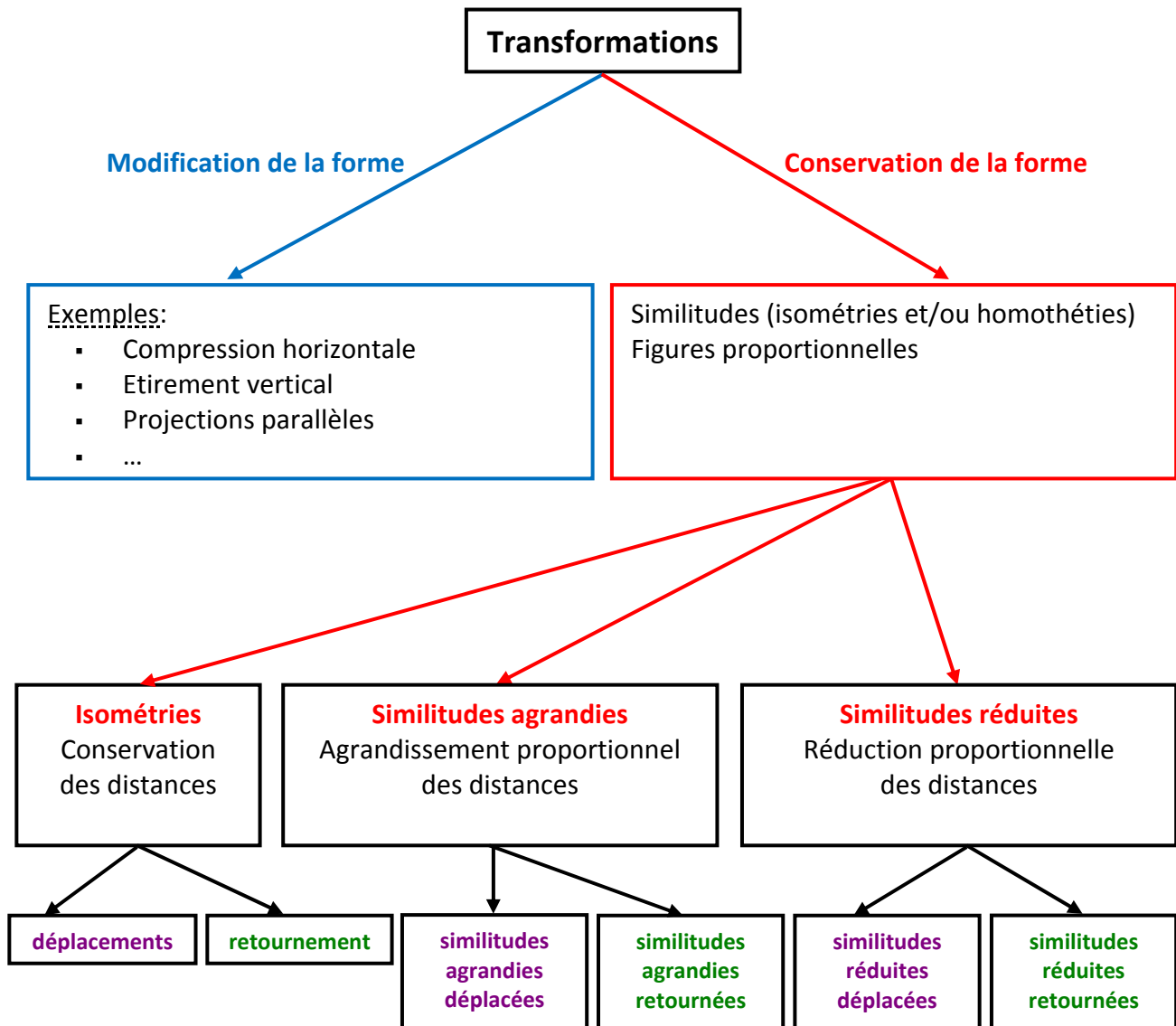
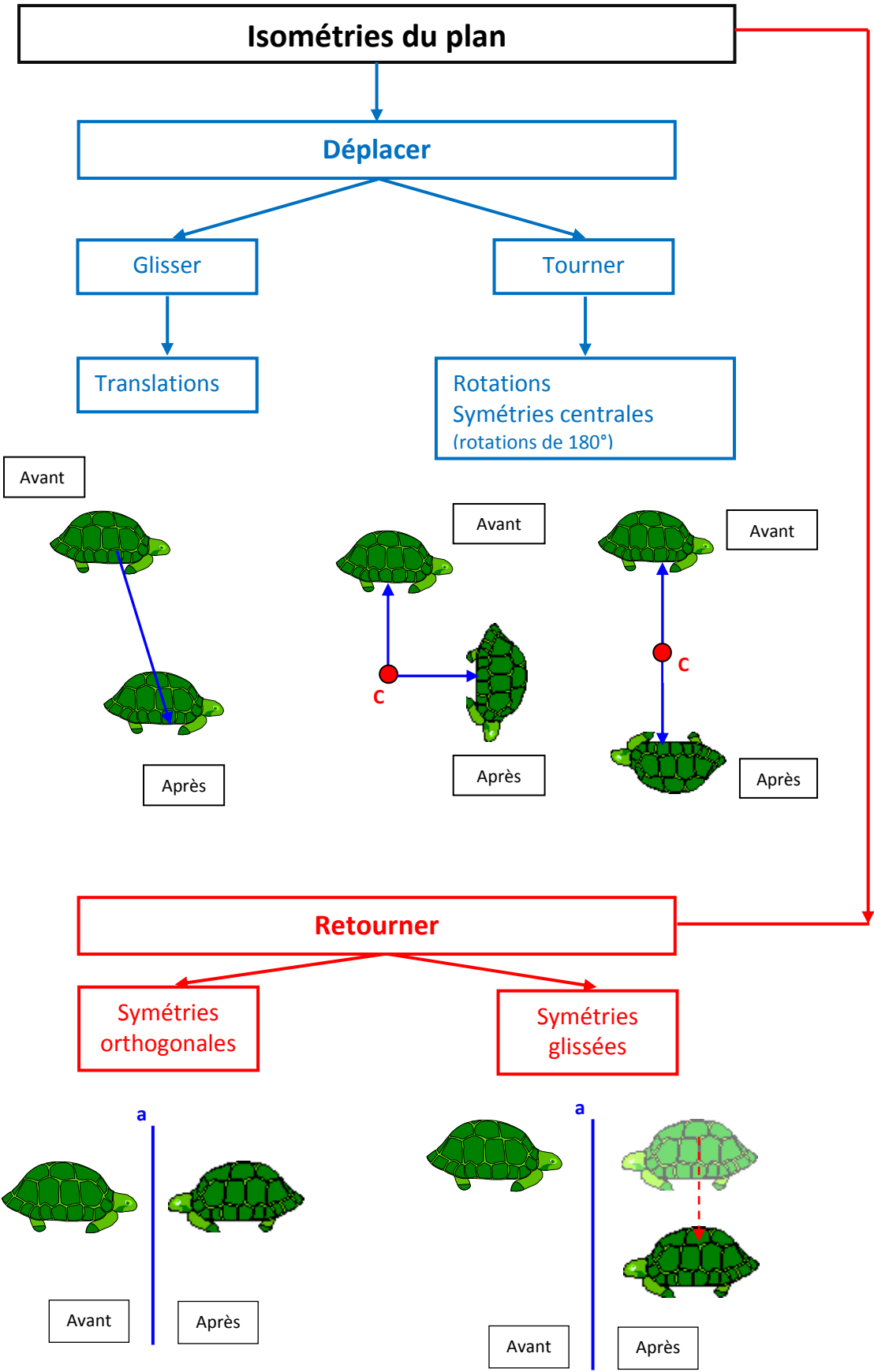


Tableau récapitulatif des isométries du plan



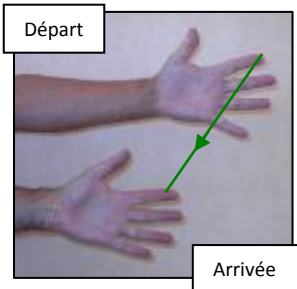
Types de déplacements et de retournements de l'espace

Isométries de l'espace

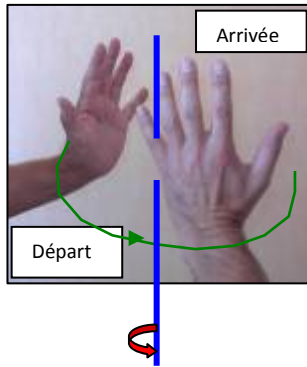
Déplacements

"Un déplacement de l'espace est une isométrie de l'espace qui conserve les types de mains (l'orientation)"

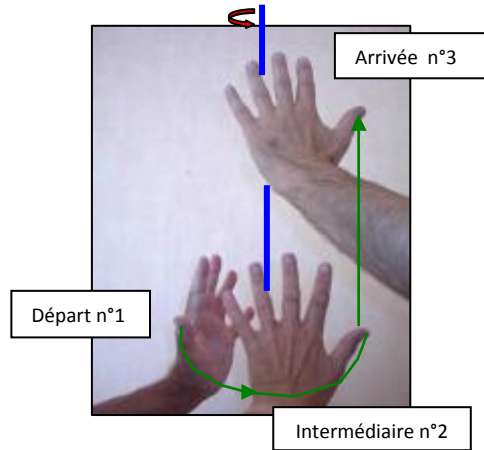
Translations de l'espace



Rotations de l'espace



Vissages de l'espace



Vissage: rotation suivie d'une translation dont la direction est parallèle à l'axe de la rotation.

Retournements

"Un retournement de l'espace est une isométrie de l'espace qui inverse les types de mains (l'orientation)"

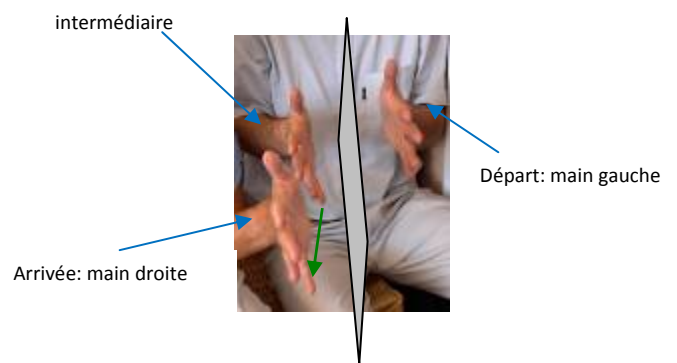
Symétries centrales de l'espace



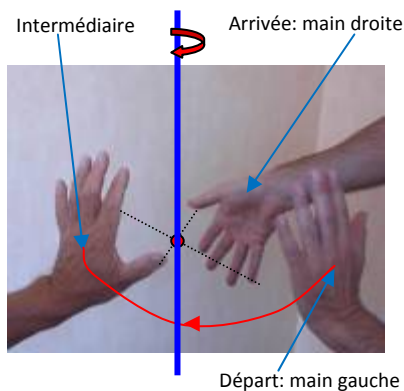
Symétries bilatérales (symétries par rapport à un plan)



Symétries bilatérales glissées



Antirotations



Symétrie bilatérale glissée: symétrie bilatérale suivie d'une translation dont la direction est parallèle au plan définissant la symétrie bilatérale.

Antirotation: rotation de l'espace suivie d'une symétrie centrale de l'espace dont le centre appartient à l'axe de la rotation.

2.5. Raisonnement scientifique - Compétences transversales

Si le raisonnement scientifique est nécessaire non seulement dans le domaine mathématique et celui des sciences en général, il l'est également dans les comportements de chacun dans la vie au quotidien ! Il semble donc opportun de l'"inculquer" dès le plus jeune âge.

A ce sujet, les Socles de Compétences sont explicites, ils "souhaitent" que les premières règles et les premiers éléments qui régissent toute démarche scientifique jusque et y compris la notion de preuve, fassent l'objet d'une initiation dès le Primaire. Cette dernière exigence résulte des compétences transversales décrites et commentées aux pages 24 et 25 des Socles de Compétences.

Ainsi, dans ce document, il est précisé (p. 24-25) que les élèves doivent apprendre à:

- *analyser et comprendre un message;*
- *résoudre, raisonner et argumenter;*
- *appliquer et généraliser;*
- *structurer et synthétiser.*

Ces nouvelles exigences ne sont pas sans conséquence:

- d'une part, sur l'ordonnancement de la matière présentée à un niveau déterminé (la matière doit être structurée de manière à ce que les éléments utiles pour justifier - argumenter - soient vus antérieurement;
- d'autre part, sur les premiers éléments et les premières règles de logique classique à rencontrer dès la première année primaire.

Il est bien évident que ces éléments de logique sont "analysés" progressivement et au fur et à mesure des besoins.

Parmi ces éléments et règles de logique, citons:

- la notion de proposition (au sens mathématique)
- les quantificateurs universel et existentiel: "tout" (\forall) et "il existe" (\exists)
- l'ordre de succession des quantificateurs
- les conjonctions "et", "ou", (p et q), (p ou q)
- la notion de négation de propositions
- les négations des quantificateurs (\forall , \exists) et des conjonctions (et, ou)
 - $\neg(p \text{ ou } q) = \neg p \text{ et } \neg q$
 - $\neg(p \text{ et } q) = \neg p \text{ ou } \neg q$
 - $\neg(\forall) = \exists$
 - $\neg(\exists) = \forall$
- la double négation de propositions
- les notions de causalité (\Rightarrow), d'inférence ($p \Rightarrow q$), d'équivalence ($p \Leftrightarrow q$)
- les procédés de démonstration
- les notions de définition et de propriété au sens mathématique

2.6. Méthodologie adoptée

La modélisation et la matérialisation des transformations et des objets géométriques (du plan et de l'espace) relient les transformations, les objets géométriques et les éléments de logique nécessaires à l'appropriation de toute démarche scientifique.

Contrairement aux démarches traditionnelles, l'exploration de familles de figures géométriques et de familles de solides géométriques sont "analysés" en relation avec les transformations géométriques que l'on peut leur appliquer (c'est-à-dire : leurs automorphismes).

Les situations problèmes adoptées et adaptées au niveau des élèves développent la curiosité, l'expérimentation, la mise en doute, les capacités de réflexion et d'analyse, les divers moyens de preuves jusque et y compris l'argumentation logique et rationnelle.

Ces situations problèmes permettent à chacun de s'épanouir, d'acquérir la confiance en soi et le goût de vouloir en connaître toujours davantage.

La grande diversité du matériel mis entre les mains des élèves, la psychomotricité adaptée, le bon enchaînement continu et structuré des "matières" donnent du sens aux notions développées.

Précisons encore que le cours proposé:

- se base aussi sur les principes de l'enseignement en spirale (chers à l'Allemand E. WITTMANN) et génétique (cher à l'Américain J.S. BRUNER) ainsi que sur les méthodologies liées aux défis et aux solving-problèmes.
- se compose de quatre spirales génétiques entrelacées:
 - la spirale génétique des figures et des solides géométriques;
 - la spirale génétique des transformations du plan;
 - la spirale génétique des premiers éléments de logique formelle;
 - la spirale génétique de la démarche scientifique.

En résumé, l'originalité du cours de Géométrie des Transformations du plan et de l'espace se résume comme suit :

- une géométrie génétique;
- basée sur les principes de l'enseignement en spirale;
- qui sensibilise les élèves, dès le début de l'Enseignement Fondamental, à la démarche scientifique y compris l'argumentation ("prémises¹ des démonstrations");
- qui introduit des concepts théoriques non encore habituels dès le début de l'Enseignement Obligatoire; en particulier, le concept d'automorphisme pour découvrir et/ou démontrer les propriétés des figures et des objets géométriques.

¹ Il s'agit de démonstrations informelles orales et collectives.

2.7. Importance de la Géométrie des Transformations dans la formation des élèves

2.7.1. Le constat

Il est clair que la formation à l'esprit scientifique des jeunes est une exigence pour le futur et une responsabilité de notre société.

Or, les mathématiques, et en particulier la géométrie, représentent le premier enseignement à caractère scientifique que rencontrent les enfants. Si, dès l'abord, les élèves ont des difficultés en mathématiques, ils risquent d'éprouver une aversion pour l'ensemble des branches scientifiques.

Pourtant, comme l'indiquait déjà le rapport FAST: *"au fur et à mesure de la diffusion des technologies, il deviendra impératif que de larges couches de la population soient familiarisées avec leur utilisation et avec les enjeux de société que soulèvent ces technologies. La maîtrise du changement technique, à savoir l'usage de celui-ci conformément à des objectifs politiques ou éthiques établis démocratiquement, implique une large diffusion d'une culture générale scientifique et technique ainsi que l'acquisition du savoir-faire par le plus grand nombre. Il revient au système d'enseignement d'assurer cette nouvelle formation générale². 'Une alphabétisation technologique' constituerait un moyen pour maîtriser les risques de marginalisation et de dualisation sociale³."*

Les sciences constituent non seulement un outil fondamental pour faire progresser la technologie, mais elles permettent aussi d'inculquer aux individus un esprit de rationalité, une pensée logique, un sens critique de remise en question perpétuelle.

Nous savons que, un des problèmes auxquels l'individu sera confronté demain est l'hyper abondance d'informations et la nécessité de pouvoir les sérier, les structurer, les remettre en question.

Comme l'exposait I. STENGERS: *"L'enseignement des sciences est trop souvent un enseignement de la soumission, alors que la première valeur de la science, celle qui devrait lui donner un statut culturel majeur, est son rôle d'empêcheur de penser en rond."*

2.7.2. Importance de la géométrie pour la formation des élèves

Les principales difficultés qu'éprouvent les élèves en mathématiques se rencontrent dans les cours de géométrie. Pourtant, la géométrie est une matière fondamentale pour la formation des individus et c'est aussi la branche des mathématiques qui est la plus accessible aux enfants.

En effet, comme le souligne H. FREUDENTHAL⁴: *"La géométrie, c'est saisir l'espace"*.

² Rapport final FAST, "Actions nationales de recherche en soutien à FAST", 1998, au Service de Programmation de la Politique Scientifique, p.126

³ Rapport final FAST, op. cit., p.214.

⁴ H. FREUDENTHAL, "Mathematics as an educational task", D. REIDEL, Dordrecht, 1973.

C'est donc l'activité qui est la plus directement issue des objets de la vie quotidienne puisque nous vivons dans un monde où des formes multiples se manifestent.

La géométrie permet également de s'élever du domaine du concret à l'abstraction. Il est plus facile pour les enfants, de partir de situations réelles (non nécessairement utilitaires) qu'ils vivent et comprennent pour apurer ensuite les concepts, les réduire à leurs éléments essentiels, les formaliser. C'est également une discipline qui sollicite l'ensemble de la personne: représentation dans l'espace, sens de l'orientation, de l'observation, de l'analyse, esprit déductif, esprit critique...

Bien sûr, si la géométrie part du vécu de l'élève, elle ne se cantonne pas à ce vécu, et les recherches en pédagogie des mathématiques montrent d'ailleurs qu'il est souhaitable de partir de situations relativement complexes afin de faire dégager progressivement les concepts sous-jacents: par manipulation, observation, expérimentation, conjecture et démonstration, les enfants arrivent à élaborer progressivement des « théories ». Et c'est cette élaboration progressive d'une théorisation (bien plus que le caractère opérationnel des notions géométriques) qui donne, selon nous, toute l'importance à la géométrie dans une formation harmonieuse des enfants. Ils apprennent à sortir du monde réel et perceptible, à émettre des hypothèses, à analyser, à découvrir leurs erreurs, à défendre vis-à-vis des autres leurs points de vue, à remettre en question les acquis précédents.

Il ne s'agit donc plus de présenter une vue statique et sacralisée des mathématiques, science rigoureuse et incontestable, distillant des vérités absolues, et accessibles aux seuls esprits rationnels.

La géométrie fait appel à l'ensemble des composantes de la personnalité humaine et tous les enfants, par la mise en commun de leur personnalité et de leur diversité, peuvent y trouver un point d'ancrage.

De plus, l'enseignement de la géométrie que nous proposons vise justement à procéder par tâtonnement et retouches successives, faisant naître des "pourquoi", des remises en cause continues, permettant ainsi de distinguer le discours vrai du discours incorrect mais logiquement structuré. L'expérience d'ULMER montre que le gain moyen de capacité de raisonnement est quatre fois supérieur pour ceux qui ont reçu un cours de géométrie comme technique de pensée, par rapport à ceux qui n'ont reçu aucune formation géométrique.